

Esercizi sui limiti di successioni.

(1) Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

V (i) $\frac{4^n}{n^n} \rightarrow 0$
 $\lim_{n \rightarrow \infty}$

= (ii) $(n+1)! \sim n!$

V (iii) $n! = o((n+1)!)$

F (iv) $(n+1)!(n-1)! \sim (n^2-1)!$

F (v) $(n+1)!(n-1)! \sim (2n)!$

V (vi) $(n+1)!(n-1)! \sim (n!)^2$

F (vii) $(2n)! \sim (n!)^2$

V (viii) $(n+1)!(n-1)! \geq (n!)^2 \quad \forall n \geq 1$

V (ix) $n^{n/2} = o(n!)$ \rightarrow non bene!

V (x) $5^n = o(2^{n^2})$

(2) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ (se esiste) con

(i) $a_n = \frac{n \cdot 2^n + 3^n}{2^{2n}}$ (ii) $\frac{\sqrt{2+1/n} - \sqrt{2}}{1/n}$

(iii) $a_n = \frac{2 \cdot n \cdot n! + 5 \cdot 3^n}{7(n+1)! + n \cdot n!}$

(iv) $a_n = [1 + (-1)^n]^n$

(v) $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{n}$

(3) Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$:

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^\alpha (\sqrt[n^2+n+1] - \sqrt[n^2]{})) \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Le calcolare il limite

(ii) $(n+\alpha)! \sim n! \cdot n^\alpha \quad (\text{con } \alpha \in \mathbb{N})$

(iii) $(n+\alpha)! \sim n! \cdot n^\alpha \quad (\text{con } \alpha \in \mathbb{N})$

(iv) $\frac{n \cdot (n+\alpha)!}{(n+3)!} \rightarrow L \in \mathbb{R}, L \neq 0$
 $\lim_{n \rightarrow \infty}$

(v) $\frac{n^\alpha + 2^{2n}}{(n+2n)^3} \rightarrow L \in \mathbb{R}, L \neq 0$
 $\lim_{n \rightarrow \infty}$

(4) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2^{3n}}$

(5) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n)^3}{n^2}$

(6) Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ non esiste

$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + (-1)^n)^{n^\alpha}$?

Soluzioni degli esercizi
 sulle precalcoli positive
 negli appunti

- (1) Vero
- (2) 1/2
- (3) 1/3

(4) Falso: $\lim_{n \rightarrow \infty} e_n = 1/2$

(6) If limit exists $\alpha < 0$ e non esiste $\alpha \geq 0$.

- (4) $+\infty$
- (5) 12

~~(6) 1/2~~

(V) $\alpha = 3$

(?V) $\alpha = 2$

(!!V) $\forall \alpha \in \mathbb{N}$

(!!) $\alpha = 0$

(3) (?!) $\alpha = 1/3$

(V) 0

(2) (?!) 0 ; (?!) $\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; (?!) 1 ; (?!) $\frac{1}{4}$; (EV) il limite non esiste.