LIMITI DI FUNZIONI.

(1) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{4x}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^{4x}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{e^{4x}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{e^{4x}-1}{x}$

(2) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{x^2+1}-e}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{x^3}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{x}-1}{x^3}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{\sqrt{x}}-1}{x}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x\cdot\sin(x)}{1-\cos(x)}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^2\cdot\sin(x^4)}{1-\cos(x^3)}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{\cos x}-e}{x^2}$

(4) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(1+\sin x)}{\sin x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(1+\sin x)}{\sin(\log(1+x))}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(1+\sin x)}{\log(\sin(1+x))}$

(5) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt[3]{(1+x)^5}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\frac{1}{\cos x}-1}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(2+x)^{10}-2^{10}}{x}$

(6) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2^{x}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log_3(1+x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(2+x)^{13}-2^{13}}{\sqrt{x}\cdot\sin(\sqrt{x})}$

(7) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{\log x}}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{\sqrt{\log 1/x}}}$

(8) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^6-2\cdot x^5+x^4+x-18}{x^3+x^2+x-14}$; $\lim\limits_{x\to -3} \sin(\pi x)\cdot\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x-12}$

(9) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(\cos(x))}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(\cos(x))}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(\cos(x))}{x\cdot\sin x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\log(\cos(\sqrt{x}))}{x}$

(10) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3}\cdot e^{x}$; $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2+5x+6}{x^2+x-2}$;

NOTE, SOLUZIONI, SVOLGIMENTO di un esercizio.

<u>Def.</u> Sia $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo, $x_0 \in I$, $f : I \setminus \{x_0\} \to \mathbb{R}$

e supponiamo che $I \cap (x_0, +\infty) \neq \emptyset$.

Sia $I_+ = I \cap (x_0, +\infty)$

La <u>restrizione</u> $f|_{I_+}$ di f a I_+ è la funzione $f|_{I_+} = \varphi$

$\varphi : I_+ \to \mathbb{R}$, $\varphi(x) = f(x) \ \forall x \in I_+$.

Il <u>limite destro</u> di f in x_0, se esiste, è

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) \overset{\text{df.}}{=} \lim_{x \to x_0} \left(f|_{I_+} \right)$$

cioè, è il limite di f per $x \to x_0$, dove ci si è ristretti a $x > x_0$

<u>Soluzioni</u>

(1) 4; $e^4 - 1$; $+\infty$; 0

(2) e; 0; $+\infty$; $+\infty$

(3) 2; 2; $-\frac{e}{2}$

(4) 1; 1; 0

(5) $\frac{5}{3}$; $\frac{1}{2}$; $2^{10} \cdot \frac{10}{2} = 5.2$

(6) $\log 2$; $\frac{1}{\log 3}$; $2^{12} \cdot 13$

(7) 1; 1; 1; e; 0

(8) $\frac{13}{3}$; 0

(9) 0; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$

(10) $\frac{1}{2e}$; $-\frac{1}{3}$

$$\boxed{\lim_{x \to 0^+} x^x}$$

$$x^x = \left(e^{\log x} \right)^x = e^{x \log x}$$

Calcolo $\lim_{x \to 0^+} x \cdot \log x$.

Sostituisco $x = \frac{1}{y}$; $y = \frac{1}{x} \xrightarrow[x \to 0^+]{} +\infty$.

Ho che $\lim_{x \to 0^+} (x \cdot \log x) = \lim_{y \to +\infty} \frac{1}{y} \log \frac{1}{y} =$

$= \lim_{y \to +\infty} \frac{-\log y}{y} = 0$; quindi $\lim_{x \to 0^+} x^x = e^0 = 1$ ∎