AM 1 14/10/2011 Test di Prova.

① Calcolare il limite $\lim_{n\to\infty} a_n$ dove

$$a_n = 3\cdot\frac{2^{3n+2}+3^{2n+3}}{8^n\cdot n^8+9^n} + 5\cdot\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-\sqrt[3]{n^3+n}\right)$$

② Def. Una funzione $\mathbb{R}\xrightarrow{f}\mathbb{R}$ è crescente se, per ogni $x,y\in\mathbb{R}$, $x\le y \Rightarrow f(x)\le f(y)$.
f è decrescente se, per ogni $x,y\in\mathbb{R}$, $x\le y\Rightarrow f(x)\ge f(y)$

Vero o Falso. Siano $\mathbb{R}\xrightarrow{f}\mathbb{R}$, $\mathbb{R}\xrightarrow{g}\mathbb{R}$.
Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

(i) f crescente e g crescente $\Rightarrow g\circ f$ è crescente
(ii) f decrescente e g decrescente $\Rightarrow g\circ f$ è decrescente
(iii) f crescente e g decrescente $\Rightarrow g\circ f$ è decrescente
(iv) f decrescente e g crescente $\Rightarrow g\circ f$ è crescente

③ Siano
$A=\{x\in\mathbb{R}: x^2>3\}$,
$B=\{x\in\mathbb{R}: x\ge 0 \text{ e } x^2>3\}$
$C=\{x\in\mathbb{R}: x\ge 0 \text{ e } x^2\ge 3\}$
$D=\{x\in\mathbb{Q}: x\ge 0 \text{ e } x^2\ge 3\}$

Trovare $\inf A$, $\inf B$, $\inf C$, $\inf D$ e dire quali tra questi estremi inferiori sono minimi.