

AM 1 - 14/11/2011 - Test di Prova.

(1) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} + \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{\frac{n+1}{n+2}} + \left(1 + \frac{e}{n}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} \right\}$

(2) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e si definisca

$$h(x) = \log \frac{f(x)}{1 + f(x)^2}$$

Supponendo che $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, calcolare $h'(x)$.

(3) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+e^x) \cdot \log(1-e^x)}{\log(x)}$

(4) Siano $f, g: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continue e

supponiamo che f sia strettamente crescente e g sia strettamente decrescente. Quali delle seguenti affermazioni in seguito sono vere?

(i) esiste almeno un $x \in [-2, 2]$ t.c. $f(x) = g(x)$

(ii) ~~esiste almeno un~~ al più un $x \in [-2, 2]$ t.c. $f(x) = g(x)$

(iii) $f+g$ è costante in $[-2, 2]$

(iv) $\forall x \in (-2, 2) \Rightarrow f'(x) \geq 0$ e $g'(x) \leq 0$.

(5) Calcolare sup e inf dei seguenti insiemi e dire se si tratta di min e max.

$$A = \{ \sin(x) : x \in \mathbb{R} \}$$

$$C = \{ (-1)^n \cdot n : n \in \mathbb{N} \}$$

$$B = \{ (-1)^n : n \in \mathbb{N} \}$$

$$D = \{ 1 + (-1)^n : n \in \mathbb{N} \}$$

ARCOZZI ANALISI I