Prova scritta di Analisi Matematica LB (9/1/2012)

Nome..**Cognome**.. **Matricola**.................

(1) [3 pt] Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione

$$(iz^2 + 2(i-1)z - 4)(iz^3 + 8)$$

(2) [3 pt] Per quali valori di $\gamma \geq 0$ si ha la convergenza di

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\gamma + x^{2\gamma}}{x^{3\gamma} + x^{5\gamma}} dx$$

(3) **[4 pti]** Siano $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ l'insieme

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) : \sqrt{\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9}} - 2 \leq z \leq 2 \right\}.$$

e $f \in C(\Omega, \mathbb{R})$ continua.

Trovare $A \subset \mathbb{R}^2$ e, per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, trovare $\alpha(x, y), \beta(x, y) \in \mathbb{R}$, tali che

$$\iiint_\Omega f(x, y, z) dxdydz = \iint_A \left[\int_{\alpha(x,y)}^{\beta(x,y)} f(x, y, z) dz \right] dxdy$$

(4) **[5 pti]** Sia $A = \left\{ (x, y) : \ |2x + 3y| \leq \frac{\pi}{2}, \ |3x - 2y| \leq \frac{\pi}{2} | \right\} \subset \mathbb{R}^2$. Calcolare

$$\iint_A \cos(2x + 3y) dxdy.$$

(5) **[3 pti]** Trovare l'integrale generale di

$$y'' + 4y = \sin(2x) + e^{2x}$$

(6) **[4 pti] Siano** $f, \alpha, \beta \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}$ **e sia** $h : \mathbb{R}^2, \mathbb{R}$**,**

$$h(x, y) = f(\alpha(x, y), \beta(x, y)).$$

Calcolare $\nabla h(x_0, y_0)$**.**

(7) **[8 pti]** Classificare i punti critici di $f(x, y) = (x^2 - 4)(x^2 - 4y^2) + 2$.