Equazioni differenziali.

(A) Consideriamo le equazioni differenziali

(E) $\ddot{x} + 2t\cdot\dot{x} + t^2\cdot x = \sin(t)$

(E0) $\ddot{x} + 2t\cdot\dot{x} + t^2\cdot x = 0$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false.

(1) Se φ, ψ sono soluzioni di (E), allora $2\varphi + 3\psi$ è soluz. di (E).

(2) Se φ, ψ sono soluzioni di (E), allora $\varphi - \psi$ è soluz. di (E0).

(3) Se φ, ψ sono soluzioni di (E0), allora $2\varphi + 3\psi$ è soluz. di (E).

(4) Esistono due soluzioni φ, ψ di (E) che sono linearmente indipendenti.

(5) Se φ, ψ sono soluzioni di (E0) e $\varphi(1) = \psi(1)$, allora $\varphi(t) = \psi(t)$ $\forall t \in \mathbb{R}$

(6) Se φ, ψ sono soluzioni di (E0) e $\varphi(1) = \psi(1)$, $\dot{\varphi}(1) = \dot{\psi}(1)$, allora $\varphi(t) = \psi(t)$ $\forall t \in \mathbb{R}$

(7) Se $\varphi, \psi \in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $\varphi(1) = \psi(1)$, $\dot{\varphi}(1) = \dot{\psi}(1)$, allora $\varphi(t) = \psi(t)$ $\forall t \in \mathbb{R}$

(8) Se $\varphi, \psi \in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $\varphi(1) = \psi(1)$, $\dot{\varphi}(1) = \dot{\psi}(1)$, ~~allora~~ $\varphi(0) \neq \psi(0)$ e φ è sol. di (E0), allora ψ non è soluzione di (E0).

(9) Se φ è una soluzione di (E) con $\varphi(0) = 0$, allora φ è sol. di (E0).

(10) L'equazione (E) ha due soluzioni, né più, né meno.

(11) (E) e (E0) hanno soluzioni comuni.

(12) Se conosco una soluzione φ_1 di (E) e una soluzione φ_2 di (E0) allora ogni soluzione di (E) è combinazione lineare di φ_1 e φ_2.

(B) Siano $\varphi, \psi \in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$; $\varphi(t) = t^5$, $\psi(t) = |t|^5$.
Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

(1) φ e ψ sono linearmente indipendenti.

(2) Se $a, b \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ e φ è soluz. di

(EE) $\ddot{x} + a(t)\dot{x}(t) + b(t)x(t) = 0$,

allora ψ è soluzione di (EE)

(3) Stesse ipotesi di (2), allora ψ <u>non è</u> soluzione di (EE).