Test di prova - AM1 - 7/11/2011

(1) Calcolare $\lim_{n\to\infty} \left[2\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)^n + 3\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^n + 5\cdot\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n\right]$

(2) Sia $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ derivabile, $f(x) > 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$, e sia

$h(x) = \sqrt[3]{f(x^3)}$ ; $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

Calcolare $h'(x)$.

(2bis) Supponendo che $f(2)=\pi$; $f(8)=e$; $f'(2)=e$; $f'(8)=\pi$, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f$ in $x=2$.

(3) Calcolare $\lim_{x\to 0+} \frac{\sin(2x)}{e^{3x}-1}$

(4) Siano $f, g: [-2,2]\to\mathbb{R}$ continue e supponiamo che $g(2) = f(-2)$; $g(-2) = f(2)$.
Quali delle seguenti segue di sicuro?

(i) $\exists x\in[-2,2]$: $f(x) = g(x)$

(ii) $g-f$ ha massimo in $[-2,2)$

(iii) $g-f$ ha massimo in $(-2,2]$

(iv) $g(0) = f(0)$

(5) Calcolare inf e sup dei seguenti insiemi e dire se si tratta di inf o min, di sup o max.

$A = \{2 + \frac{(-1)^n}{n} : n\in\mathbb{N}, n\geq 1\}$

$B = \{2 + \frac{1}{n} : n\in\mathbb{N}, n\geq 1\}$

$C = \{2 - \frac{1}{n} : n\in\mathbb{N}, n\geq 1\}$

$D = \{2 - \frac{(-1)^n}{n} : n\in\mathbb{N}, n\geq 1\}$.

Test di Prova – AM2 – 7/11/2011.

(1) Classificare i punti critici di

$$f(x,y) = \frac{x}{1+4x^2+y^2}$$

(2) Trovare l'integrale generale di

$$y'' + 4y = \pi \cdot \sin(2x) + e \cdot \sin(x)$$

(3) Siano $f, \alpha, \beta \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ e si definisca

$$h(x,y,z) = \alpha(x,\cancel{z}) \cdot f(\alpha(x,x), \beta(y,y)).$$

Calcolare $\nabla h(x,y,z)$.

(4) Scrivere per la funzione in (1) in $(x,y)=(0,0)$:
la formula di Taylor al I ordine;
l'equazione del piano tangente al grafico;
il differenziale.

(5) I polinomi $x$; $x^2-1$; $3x+5$; $x^2+1$
sono linearmente indipendenti?
Se sì, giustificare la risposta.
Se no, trovare una loro combinazione lineare non banale nulla.