① Sia $f(x) = |x^2-2| \cdot e^{-x}$. Studiare f e tracciarne il grafico: limiti agli estremi; derivate; intervalli su cui f cresce/decresce; punti di max./min. relativo.
Trovare $\sup(f(\mathbb{R}))$ e $\inf(f(\mathbb{R}))$: sono massimo e minimo?

② Calcolare
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{(x-1)\cdot \sin(x) + 2\cdot\cos(x) - 2\cdot e^{x^3}}{x \cdot \log(1 + x\cdot\sin(x))}$$

③ Calcolare
$$\int_0^1 x^3 \cdot \operatorname{arctg}(x^2)\,dx$$

④ Sia $f \in C^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$ e sia $F(x) = \int_x^0 f(t)\,dt$.
Quali delle seguenti affermazioni sono certamente vere? (2 su 4)

(i) $F'(0) = 0$
(ii) $F(0) = 1$
(iii) Se $f \geq 0$ su $\mathbb{R}$, allora F è crescente su $\mathbb{R}$
(iv) Se $f \geq 0$ su $\mathbb{R}$, allora F è decrescente su $\mathbb{R}$.

⑤ Siano $f \in C^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$ e $H: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$H(x) = \int_1^{x^2-1} f(\cos(t))\,dt$$
Calcolare $H'(x)$ e $H'(1)$.

1) Calcolare $\iint_A \sin(x)\, dx$ con $A = \{(x,y) : 1-x^2 \le y \le 2-x^2\}$

2) Sia $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$; $F(x,y) = \left(x^3 \cdot \cos(x^2+y^2),\ x^2 y \cdot \cos(x^2+y^2)\right)$.

F è esatto? Se sì, calcolarne un potenziale.

Calcolare $\int_\gamma F(z) \cdot dz$, con $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$

$\gamma(t) = (t^2 \cdot e^t,\ \cos(\pi t))$

3) Calcolare la lunghezza di $\gamma : [a,b] \to \mathbb{R}^2$, $0 < a < b$, dove $\gamma(t) = \left(t, \frac{1}{t}\right)$ parametrizza un tratto dell'iperbole $x \cdot y = 1$.