Analisi Matematica 1 - A.A. 2013/2014

Ingegneria Gestionale

Esercizi VERO/FALSO sui limiti di successione

Docente: Nicola Arcozzi

Esercizi Vero/Falso sui limiti di successione (proposti insieme alla Prof.ssa Baldi)

Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ e $\{c_n\}$ tre successioni a volori reali. Stabilire la verit$\grave{a}$/falsit$\grave{a}$ delle seguenti affermazioni.

1. Se esiste $\varepsilon > 0$ ed esiste $\overline{n} \in \mathbb{N}$ tale che $|a_n| \leq \varepsilon$ per ogni $n \geq \overline{n}$, allora $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.
2. Se $\{a_n\}$ é limitata allora $\grave{e}$ convergente.
3. Se $\lim_{n\to+\infty} a_n = 3$ allora esiste $M > 0$ tale che $|a_n| \leq M$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
4. Se esiste $\overline{n} \in \mathbb{N}$ tale che $a_n \geq 2$ per ogni $n \geq \overline{n}$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n \geq 2$.
5. Se $\lim_{n\to+\infty} a_n = 3$ allora esiste $\overline{n} \in \mathbb{N}$ tale che $|a_n| \geq 2$ per ogni $n \geq \overline{n}$.
6. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n \in \mathbb{R}$ e $a_n \leq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora esiste $\overline{n} \in \mathbb{N}$ tale che $a_n \leq 2$ per ogni $n \geq \overline{n}$.
7. Se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\overline{n} \in \mathbb{N}$ tale che $|a_n| \leq 1 + \varepsilon$ per ogni $n \geq \overline{n}$, e se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n \in \mathbb{R}$, allora $-1 \leq \lim_{n\to+\infty} a_n \leq 1$.
8. Se $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ allora $\lim_{n\to+\infty} |a_n| = 0$.
9. Se $a_n \to 0$ per $n \to +\infty$ e $a_n \neq 0\ forall n$, allora $\frac{1}{a_n} \to +\infty$.
10. Se $\{a_n\}$ é monotona strettamente crescente, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.
11. Se $\{a_n\}$ é monotona crescente, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n \in \mathbb{R}$.
12. Se $\{a_n\}$ é monotona crescente, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n \in \overline{\mathbb{R}}$.
13. Se esiste in $\mathbb{R}$ $\lim_{n\to+\infty} a_n$ allora esiste in $\mathbb{R}$ $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$.
14. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ allora esiste in $\mathbb{R}$ $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$.
15. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n = 0$.
16. Se $a_n \to +\infty$ per $n \to +\infty$ e $\{b_n\}$ ï¿$\frac{1}{2}$ limitata, allora $a_n b_n \to +\infty$.
17. Se $a_n \to 0$ per $n \to +\infty$, e $a_n < 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora $\frac{1}{a_n} \to -\infty$.
18. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} |a_n| = 0$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.
19. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = L \in \mathbb{R}^*$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} |a_n| = |L|$.

20. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} |a_n| = L \in \mathbb{R}^*_+$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n \in \mathbb{R}$.

21. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_{n+1} = L$.

22. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_{n+1} = L + 1$.

23. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_{2n+1} = L$.

24. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_{2n} = L \in \mathbb{R}$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = L$.

25. Se esiste $\lim_{n\to+\infty} a_{n+1} = L \in \mathbb{R}$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n = L$.

26. Se per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che $a_n \le c_n \le b_n$ e se esistono $\lim_{n\to+\infty} a_n \ge 0$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n \ge 0$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} c_n = 0$.

27. Se per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che $a_n \le c_n \le b_n$ e se esistono $\lim_{n\to+\infty} a_n \ge 0$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n \le 0$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} c_n = 0$.

28. Se per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che $a_n \le c_n \le b_n$ e se esistono $\lim_{n\to+\infty} a_n \le 0$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n \ge 0$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} c_n$ e tale limite é un numero reale.

29. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che $c_n \le b_n$; se $1 \le b_n \le 2$ per ogni n e se $\{c_n\}$ é crescente, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} c_n$ e tale limite é un numero reale $L \le 2$.

30. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che $c_n \le b_n$; se $1 \le b_n \le 2$ per ogni n e se $\{c_n\}$ é crescente, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} c_n$ e tale limite é un numero reale $L \le 1$.

31. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha che $c_n \le b_n$; se $1 \le b_n \le 2$ per ogni n e se $\{c_n\}$ é crescente, allora esiste $\lim_{n\to+\infty} c_n$ e tale limite é un numero reale positivo.

32. Se esistono $\lim_{n\to+\infty} a_n = 2$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n = 3$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty}(a_n + b_n) = 5$.

33. Se esistono $\lim_{n\to+\infty} a_n = 2$ e $\lim_{n\to+\infty}(a_n + b_n) = 5$ allora esiste $\lim_{n\to+\infty} b_n = 3$.

34. Se esiste $\lim_{n\to+\infty}(a_n + b_n) = 5$ allora esistono $\lim_{n\to+\infty} a_n \in \mathbb{R}$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n \in \mathbb{R}$.

35. Se $a_n = o(b_n)$ per $n \to +\infty$, allora $a_n \to 0$.

36. Se $b_n \to 0$ per $n \to +\infty$, allora $a_n + b_n \sim a_n$.

37. Se $a_n \sim b_n$, allora $a_n^6 \sim b_n^6$.

38. Se $a_n \sim b_n$, allora $a_n^2 = o(b_n^2)$ per $n \to +\infty$.

39. Se $a_n \sim b_n \sim \frac{1}{n}$, allora $a_n - \frac{1}{n} \sim b_n - \frac{1}{n}$.

40. Se $a_n \to 0$ per $n \to +\infty$, allora $a_n b_n \to 0$ per $n \to +\infty$.

41. Se $a_n \sim b_n$ ed esiste il limite di $\{b_n\}$, allora esiste anche il limite di $\{a_n\}$ e i due limiti sono uguali.

42. Se $a_n \sim b_n$, allora $a_n^2 = o(b_n)$ per $n \to +\infty$.

43. Se $a_n \sim b_n$, e $a_n \sim c_n$ allora $a_n^2 \sim b_n\, c_n$ per $n \to +\infty$.

44. Se $a_n \sim b_n$, allora $a_n = b_n + o(1)$ per $n \to +\infty$.

45. Se $a_n = o(n^2)$ per $n \to +\infty$, allora $a_n = o(n)$ per $n \to +\infty$.

46. Se $a_n \sim b_n$ per $n \to +\infty$ allora entrambe le successioni convergono e i due limiti sono uguali.

47. Se $a_n = o(n)$ per $n \to +\infty$, allora $\{a_n\}$ ï¿½ una successione limitata.

48. Se $a_n = o(3^n)$ per $n \to +\infty$, allora $a_n = o(4^n)$ per $n \to +\infty$.

Sol:

1)	F	2)	F	3)	V	4)	F	5)	V	6)	V	7)	V		
8)	V	9)	F	10)	F	11)	F	12)	V	13)	F	14)	V		
15)	V	16)	F	17)	V	18)	V	19)	V	20)	F	21)	V		
22)	F	23)	V	24)	F	25)	V	26)	F	27)	V	28)	F		
29)	V	30)	F	31)	F	32)	V	33)	V	34)	F	35)	F	36)	F
37)	V	38)	F	39)	F	40)	F	41)	V	42)	F	43)	V		
44)	F	45)	F	46)	F	47)	F	48)	V						