

TEST DI PROVA.

(A) (1) Sia $f(x) = \log\left(\frac{1-x^2}{x^2}\right)$

Troverò Dominio(f) $\subseteq \mathbb{R}$

(2) Calcolare $f'(x)$, dove f è come in (1)

(3) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(4) Per quali $x \in \text{Dominio}(f)$ si ha $f(x) = 0$

(B) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^{\sqrt{1+x}} - 1) \cdot (e^{\sqrt{1+x}+1} + 1)}{\sin(\log(1+2x))}$

(C) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n + \log n} + 3 \cdot 4^{n + \log n}}{5 \cdot (n + \log n)^4 + 7 \cdot 2^{2n} \cdot n^{2 \log 2}}$$

(D) Siano $f, g \in C([-1, 1], \mathbb{R})$ tali che

$$f(-1) + g(-1) = 0; \quad g(1) = f(1).$$

Quale delle seguenti affermazioni segue necessariamente dalle ipotesi?

(a) $\exists x \in [-1, 1]: f(x) = 0$

(b) $\exists x \in [-1, 1]: g(x) - f(x) = \frac{g(-1) - f(-1)}{2}$

(c) Se f è crescente, allora g è decrescente.

(d) La funzione $h(x) = g(x) - f(x)$ ha massimo in $(-1, 1)$.