

I PROVA PARZIALE DI ANALISI L-B
CdL Ingegneria Informatica (A-F) e
dell'Automazione

17 febbraio 2003 - 101

Nome e cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea.....

Avvertenze. Non si possono usare quaderni di appunti e libri, ma solo due fogli formato protocollo con le formule e le note che lo studente riterrà utili. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Sarà allontanato dall'aula lo studente che porta con sè un telefonino, un palmare, o qualsiasi altro strumento utile a comunicare. Non può sostenere l'esame lo studente che sia privo sia del libretto universitario, che di un documento d'identità con fotografia.

L'esame è valido solo per gli studenti che hanno già sostenuto con successo l'esame di analisi L-A. Chi non avesse sostenuto l'esame di Analisi L-A, scriva di fianco al nome *senza L-A*: correggerò lo stesso l'elaborato e lo mostrerò allo studente durante il ricevimento.

È ammesso alla II prova parziale chi riporta almeno 5 punti nella I prova parziale. Correggerò l'esercizio facoltativo solo a chi abbia ottenuto almeno 5 punti nella parte obbligatoria.

(1) [2 punti]. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^k$, $g : \mathbb{R}^s \rightarrow \mathbb{R}^2$, $h(x) = g(f(x) \cdot x, |f(x)|x)$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Allora (segnare con una crocetta una sola delle possibili risposte),

- (i) $k = 2, s = 4, n = 1, m = 2$
- (ii) $k = 2, s = 3, n = 2, m = 2$
- (iii) $k = 2, s = 4, n = 2, m = 2$
- (iv) $k = 1, s = 3, n = 3, m = 1$

(2) [3 punti]. È data la funzione u definita su \mathbb{R}^2 ,

$$u(x, y) = \frac{x + y^2}{1 + x^2}$$

Scrivere il gradiente di u nel punto (x, y) . Scrivere, nel punto di coordinate $(1, 1)$, l'equazione del piano tangente al grafico di u e il differenziale di u .

(3) [3 punti]. Scrivere lo sviluppo di Taylor al secondo ordine nel punto di coordinate $(1, 1)$ della funzione $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$u(x, y) = \frac{x + y^2}{1 + x^2}$$

(4) [3 punti]. Trovare i punti critici di u e classificarli, dove

$$u(x, y) = \frac{x + y^2}{1 + x^2}$$

è definita su tutto \mathbb{R}^2 .

(5) [3 punti]. Siano $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ e $g \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Sia $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la funzione definita da

$$h(x, y, z) = (f(z, y), f(x, z)y)$$

Scrivere $Jh(x, y, z)$. [Vi conviene usare nuove lettere per le variabili da cui dipende f .]

(6) [5 punti]. (*Facoltativo.*) Sia $f(x, y) = xy$, $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Determinare $f(D)$, dove

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, 2x + y \geq 0\}$$

[Fate attenzione a che i punti che trovate con i vostri calcoli stiano in D !!!].
Svolgere l'esercizio in un foglio a parte.