Test di prova XI

Nicola Arcozzi, Analisi Matematica L-A

December 3, 2003

(1) Determinare il dominio di f e gli intervalli su cui f è crescente,

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{|x+1|+|x-1|}$$

(2) Calcolare il seguente limite,

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(2x)\sqrt{1-x^2} - 2x\cos(x)}{\log(1+\sin(x^2))\log(1+\cos(x^2))\log(1+x)}$$

(i) 0, (ii) $-\frac{4}{3\log(2)}$, (iii) $-\infty$, (iv) $-\frac{4}{3}$, (v) $-\frac{10}{3\log(2)}$, (vi) $-\frac{10}{3}$.

(3) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^4 + x^2 - 2}{x^2}}$$

Calcolare il dominio e gli eventuali asintoti (obliqui, orizzontali, verticali) di f.

(4) Trovare una primitiva di f,

$$f(x) = e^{3\sin^4(x)+2\sin(x)+2}(6\sin^3(x) + 1)\cos(x)$$

(5) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/6} e^{2sin(3x)}(\sin(6x) + \cos(3x))dx$$

Facoltativo. Sia f la funzione

$$f(x) = \log\frac{|x| + |x-1|}{x+1}$$

Trovare il dominio di f. Determinare gli insiemi su cui la funzione f è, rispettivamente, continua e derivabile. Trovare gli intervalli su cui f è, rispettivamente, concava e convessa. Trovare i punti di flesso di f.

Soluzioni. (1) Il dominio di f è $\mathbb{R} - \{0\}$. La funzione è crescente su $[1, \infty)$ ed è decrescente in $(-\infty, 0)$ e in $(0, 1]$ (non nell'unione di questi intervalli!!!).

(2) (ii).

(3) Dominio: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$. Asintoti: $y = x$ per $x \to \infty$ e $y = -x$ per $x \to -\infty$.

(4) Una primitiva: $\frac{1}{2} e^{3\sin^4(x)+2\sin(x)+2}$.

(5) $e^2/3$.

Facoltativo.(Senza lo svolgimento per esteso). Il dominio di f è $(-1, +\infty)$. La funzione è derivabile in tutti i punti del dominio, tranne che $x = 0, 1$. La funzione è convessain $(-1, -1/4]$ e $(0, 1)$, concava in $[-1/4, 0)$ e $(1, \infty)$. $x = -1/4$ è un punto di flesso.