

Test di prova IV

Nicola Arcozzi

October 27, 2003

Analisi Matematica L-A

(1) Calcolare il seguente limite di successioni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{(2^{-n} - 1)(n - 3n^{3/2} + 5)}$$

(i) 0, (ii) $+\infty$, (iii) $-\infty$, (iv) $2/3$, (v) $-2/3$

(2) Sia $f : (0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e decrescente. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

(i) f ha massimo.

(ii) f ha minimo.

(iii) La successione $f(1/n)$ è decrescente.

(iv) Esiste finito $\sup_{(0,2]} f$.

(v) Esiste in \mathbb{R} $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(3) Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sin(x)(x^2 + x - 2)}{(x^2 + 1)(x^2 + 3x + 2)}$$

(i) $+\infty$, (ii) $-\infty$, (iii) 0, (iv) $-\frac{3}{5} \sin(2)$, (v) $\frac{3}{5} \sin(2)$, (vi) $\frac{1}{5} \sin(2)$, (vii) $-\frac{1}{5} \sin(2)$.

Esercizio facoltativo. Sia f la funzione da \mathbb{R} a \mathbb{R} definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}, & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 3x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Determinare se f è una funzione continua su tutto \mathbb{R} , spiegando esaurientemente la propria risposta.

Soluzioni. (1) (iv), (2) (ii), (3) (iv).