

# TEST DI PROVA 4

Nicola Arcozzi

(1) Risolvere il seguente sistema di disequazioni.

$$\begin{cases} \sqrt{3x+4} \geq x \\ \log_3(x^2 - 3x) \geq \log_3(4) \end{cases}$$

(2) Siano  $x, y, a > 0, a \neq 1$ . Quali delle seguenti affermazioni é certamente vera?

(i)  $\log_a(x^a \cdot y^a) = a^2 \cdot \log_a(xy)$ .

(ii)  $\log_a(x^a \cdot y^a) = a \cdot (\log_a(x) + \log_a(y))$ .

(iii)  $\log_a(x^a \cdot y^a) = x + y$ .

(iv)  $\log_a(x^a \cdot y^a) = x \cdot y$ .

(3) Quali delle seguenti affermazioni é vera per ogni  $a, b$  in  $\mathbb{R}$ ?

(i) Se  $a < b$ , allora  $a^2 < b^2$ .

(ii) Se  $a < b$ , allora  $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ .

(iii) Se  $a < |b|$ , allora  $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ .

(iv) Se  $|a| < b$ , allora  $a^2 < b^2$ .

(4) Sia  $\gamma$  la circonferenza di centro  $(1, 0)$  e raggio 1. Trovare le circonferenze con centro in  $(0, 0)$  e tangenti a  $\gamma$ . Disegnare le circonferenze sul piano cartesiano.

(5) Calcolare il seguente limite.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 - n - 2n^2)^3 - n^5 + n^4 + 1}{n^5 + (n + 1)^6}$$

**Esercizio facoltativo.** Trovare  $\inf\{a_n : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ , dove  $a_n = \frac{\log_e(n)}{n}$ . Giustificare la risposta.

Soluzioni. (1)  $x \in (-1, 0) \cup (3, 4)$ . (2) (ii). (3) (iv). (4)  $x^2 + y^2 = 0$   
(circonferenza degenera);  $x^2 + y^2 = 4$ . (5)  $-8$ .