TEST DI PROVA 5

Nicola Arcozzi

Solo per la prova complessiva

(1) Sia $a > 1$ e sia $B = \log_a\left(\sqrt[a]{a^{a^2+2a}} \cdot a^2 \cdot 3^a\right)$. Allora,

(i) $B = a + 4 + a\log_3(a)$.

(ii) $B = a + 4 + \frac{a}{\log_3(a)}$.

(iii) $B = a + 4 + \frac{a}{\log_a(3)}$.

(iv) $B = \frac{a^2}{2} + a + 2 + \log_a(3)$.

(2) Quali delle seguenti affermazioni é vera per ogni a in $\mathbb{R}$?

(i) Se $a > 0$, allora $a > \frac{1}{a}$.

(ii) Se $-1 < a < 0$ o se $a > 1$, allora $a > \frac{1}{a}$.

(iii) Se $|a| > 1$, allora $a > \frac{1}{a}$.

(iv) Se $|a| < 1$, allora $a < \frac{1}{a}$.

(3) Calcolare il seguente limite di successione:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+3} - 3 \cdot 2^{2n+1} + 5 \cdot n^{11}}{7 \cdot 4^n - 11 \cdot n^5 + 13 \cdot \log(n)}$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = -\infty$.

(iii) $L = -\frac{3}{7}$.

(iv) $L = -\frac{6}{7}$.

Sia per la prova complessiva che per la seconda prova parziale.

(4) Siano $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ e $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ due funzioni continue, $f(-1) = 4$, $f(1) = 3$, $g(-1) = 1$, $g(1) = 2$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

(i) Esiste c in $[-1,1]$ tale che $2 \cdot f(c) = 4 \cdot g(c)$.

(ii) Esiste c in $[-1,1]$ tale che $f(c) = g(c)$.

(iii) La funzione f è decrescente su $[-1,1]$.

(iv) Esiste c in $[-1,1]$ tale che $f(c) \cdot g(c) = 0$.

(5) Disegnare il grafico di una funzione reale di variabile reale $y = f(x)$, definita su $\mathbb{R} - \{-1,1\}$, tale che:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1,\ \lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to-1} f(x) = infty,\ \lim_{x\to1} f(x) = 1.$$

Soluzioni. (1) (ii). Tenete conto che $\log_a(3) \cdot \log_3(a) = 1$.
(2) (ii).
(3) (iii).
(4) (i).
(5)