TEST DI PROVA 6

Nicola Arcozzi

Solo per la prova complessiva

(1) Quyali delle seguenti affermazioni é vera per ogni scelta di a, b in $\mathbb{R}$?

(i) Se $a < b$, allora $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

(ii) Se $a < b$, allora $\sqrt{|a|} < \sqrt{|b|}$.

(iii) Se $a < b$, allora $a^2 < b^2$.

(iv) Se $a < b$, allora $a^3 < b^3$.

(2) Quali delle seguenti affermazioni é vera per ogni $x, y > 0$?

(i) $4^{\log_2(x)+\log_2(y)} = x^2 + y^2$.

(ii) $4^{\log_2(x)+\log_2(y)} = x^2 \cdot y^2$.

(iii) $4^{\log_2(x)+\log_2(y)} = 2^x \cdot 2^y$.

(iv) $4^{\log_2(x)+\log_2(y)} = 2 \cdot \log_2(x) + 2 \cdot \log_2(y)$.

(3) Calcolare il seguente limite di successione:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{3n+2} + 3 \cdot n^5}{5 \cdot n^3 + 7 \cdot 3^{2n+3}}$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = \infty$.

(iii) $L = \frac{8}{7\cdot 9}$.

(iv) $L = \frac{4}{7\cdot 27}$.

Sia per la prova complessiva che per la seconda prova parziale.

(4) Siano $f : [-2,-1] \to \mathbb{R}$ e $f : [-2,-1] \to \mathbb{R}$ due funzioni continue, $f(-2) = 2$, $f(-1) = -1$, $g(-2) = -1$, $g(-1) = -2$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

(i) g ha massimo in $(-2,-1)$.

(ii) Esiste x in $[-2,-1]$ tale che $f(x)g(x) = 0$.

(iii) Per ogni x in $[-2,-1]$, $g(x) < 0$.

(iv) Esiste x in $[-2,-1]$ tale che $f(x) = g(x)$.

(5) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Supponiamo che $f(1) = 2$, $f(-1) = 3$ $f'(1) = 5$, $f'(-1) = 7$. Sia

$$h(x) = x \cdot f(x^2).$$

Quale delle seguenti è vera?

(i) $h'(-1) = -10$.

(ii) $h'(-1) = 17$.

(iii) $h'(-1) = 12$.

(iv) $h'(-1) = -14$.

(6) Calcolare la derivata della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

(7) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che, per ogni x, $f(x + \sin(x)) = x$. Calcolare $f'(0)$.

(8) Disegnare il grafico di una funzione reale di variabile reale $y = f(x)$, definita su $\mathbb{R} - \{0\}$, tale che:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty, \ \lim_{x \to \infty} f(x) = 0, \ \lim_{x \to 0^-} f(x) = \infty, \ \lim_{x \to 0^+} f(x) = 1.$$

Soluzioni. (1) (iv).

(2) (ii).

(3) (i).

(4) (ii).

(5) (iii).

(6) $f'(x) = \frac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$.

(7) $f'(0) = \frac{1}{2}$. Si usa il fatto che $\sin(0) + 0 = 0$.