TEST DI PROVA 7

Nicola Arcozzi

Solo per la prova complessiva

(1) Quale delle seguenti affermazioni vale per ogni scelta di $a > 1$ e $x > 0$?

(i) $\log_a(\sqrt[a^2]{x^{2a^2+3a}} \cdot a^2) = 4 + \frac{6}{a}$.

(ii) $\log_a(\sqrt[a^2]{x^{2a^2+3a}} \cdot a^2) = 4 + \frac{3}{a}$.

(iii) $\log_a(\sqrt[a^2]{x^{2a^2+3a}} \cdot a^2) = \left(2 + \frac{3}{a}\right) \log_a(x) + 2$.

(iv) $\log_a(\sqrt[a^2]{x^{2a^2+3a}} \cdot a^2) = \left(4 + \frac{6}{a}\right) \log_a(x)$.

(2) Quali delle seguenti affermazioni é vera per ogni $x, y > 0$?

(i) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x \cdot y$.

(ii) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y$.

(iii) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + \sqrt{4 \cdot x \cdot y} + y$.

(iv) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = |x| + |y|$.

(3) Calcolare il seguente limite di successione:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{3 \cdot 2^{2n+3} + 5 \cdot n^5}{7\log(n) + 4^{n+3}}$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = \infty$.

(iii) $L = \frac{3}{8}$.

(iv) $L = 3$.

Sia per la prova complessiva che per la seconda prova parziale.

(4) Siano $f : [-2,-1] \to \mathbb{R}$ e $g : [-2,-1] \to \mathbb{R}$ due funzioni continue, $f(-2) = 0$, $f(-1) = 1$, $g(-2) = -1$, $g(-1) = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

(i) f ha massimo in $[-2,-1)$.

(ii) Esiste x in $[-2,-1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) > 0$.

(iii) Esiste x in $[-2,-1]$ tale che $f(x) = -g(x)$.

(iv) Esiste x in $[-2,-1]$ tale che $f(x) = g(x)$.

(5) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Supponiamo che $f(0) = 2$, $f(2) = 3$ $f'(3) = 5$, $f'(2) = 7$, $f'(0) = 11$. Sia

$$h(x) = f(f(x) + 1)$$

Quale delle seguenti è vera?

(i) $h'(0) = 14$.

(ii) $h'(0) = 33$.

(iii) $h'(0) = 0$.

(iv) $h'(0) = 55$.

(6) Trovare gli intervalli su cui é decrescente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^2 \cdot e^{2x^2 - 3x}.$$

(7) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x - \sin(x)}{2 \cdot x^3}.$$

(Facoltativo) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che, per ogni x, $f(x + \sin(x)) = x$. Calcolare $f'(0)$.

Soluzioni. (1) (iii).

(2) (iii).

(3) (iii).

(4) (iii).

(5) (iv).

(6) $[0, \infty)$.

(7) 12.