TEST DI PROVA 4: soluzioni

Nicola Arcozzi

(1) Trovare l'equazione delle rette passanti per il punto di coordinate $(-1,-1)$, tangenti alla circonferenza di centro $(1,1)$ e raggio $\sqrt{2}$. Disegnare la circonferenza e le rette sul piano cartesiano.

Sol. $m = 2 + \sqrt{3}$ o $m = 2 - \sqrt{3}$.

(2) Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} > x \\ \log_{10}(x+3) > 1/2 \end{cases}$$

Sol. $x \in (\sqrt{10} - 3, 2)$.

(3) Siano $x, y > 0$. Una sola delle seguenti affermazioni è vera. Quale?

(1) $\log_5 x + \log_5 y = \log_5(x+y)$.

(2) $x^y = 5^{y \log_5 x}$.

(3) $(\log_5 x)(\log_5 y) = \log_5(x+y)$.

(4) $(\log_5 x)(\log_5 y) = \log_5(xy)$.

Sol. (2).

(4) Quale delle seguenti famiglie di vettori in $\mathbb{R}^3$ è una famiglia di vettori linearmente indipendenti?

(1) $(0,1,2),\ (0,0,1),\ (0,0,0).$

(2) $(2,3,4),\ (1,2,3),\ (0,1,2),\ (0,0,1).$

(3) $(1,2,0),\ (2,3,4),\ (3,4,5).$

(4) $(1,0,-1),\ (0,1,-1),\ (-1,1,0).$

Lo spazio generato da questa famiglia è una base per $\mathbb{R}^3$?

Sol. (3) è una famigli di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^3$, che costituiscono una base per $\mathbb{R}^3$.

(5) Sia $\lambda > 0$, $\lambda \neq 1$, e sia

$$C = \log_\lambda \left(\sqrt[6]{\lambda^{\lambda^\lambda}\sqrt{\lambda}} \right)$$

Allora,

(1) $C = \frac{1}{6}\lambda^\lambda + \frac{1}{12}$,

(2) $C = \frac{1}{6}\lambda^2 + \frac{1}{12}$,

(3) $C = \frac{1}{6}\lambda^{\lambda^\lambda} + \frac{1}{12}$,

(4) $C = \frac{1}{6}\lambda^\lambda + \frac{1}{12}\lambda$.

Sol. (1).

ESERCIZIO FACOLTATIVO (da svolgere su un foglio a parte). Trovare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui i seguenti vettori sono linearmente dipendenti in $\mathbb{R}^4$,

$$(k,k,0,0),\ (0,k,0,1),\ (-1,1,0,k).$$

Mostrare il procedimento nei dettagli e mettere in evidenza le proprietà utilizzate.

I valori di k sono $k = 0,\ k = \pm\sqrt{2}$.