TEST DI PROVA 5

Nicola Arcozzi

(1) Trovare l'equazione delle circonferenze con centro in $(0,0)$, tangenti alla circonferenza di centro $(1,2)$ e raggio 3. Disegnare tutte le circonferenze rilevanti sul piano cartesiano.

(2) Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} > 2x \\ \log_{10}(x^2) > \frac{1}{25} \end{cases}$$

(3) Per quali valori di x ha significato l'espressione

$$\log_4 2\,(\log_2 x)$$

(1) $x \neq 0$.

(2) $x > 0$.

(3) $x > 1$.

(4) $x > 2$.

(4) Quale delle seguenti famiglie di vettori in $\mathbb{R}^3$ è una famiglia di vettori linearmente indipendenti?

(1) $(2, \sqrt{2}, 1)$, $(\sqrt{3}, 3, 1)$, $(0, 0, 0)$.

(2) $(-1, 1, 1)$, $(1, -1, 1)$, $(1, 1, -1)$.

(3) $(1, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 1, 1)$.

(4) $(10, 0, 9)$, $(0, 1, -1)$, $(10, 4, 5)$.

Lo spazio generato da questa famiglia è una base per $\mathbb{R}^3$?

(5) Sia $\lambda > 0$, $\lambda \neq 1$, e sia

$$C = \log_\lambda \left(\lambda \log_\lambda \left(\sqrt[3]{\lambda^\lambda}\right)\right)^\lambda$$

Allora,

(1) $C = \lambda + \lambda \log_\lambda(3)$,

(2) $C = 2\lambda - \lambda \log_\lambda(3)$,

(3) $C = \lambda + \log_\lambda(\log_\lambda(3))$,

(4) $C = 2\lambda + \lambda \log_\lambda\left(\log_\lambda\left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

ESERCIZIO FACOLTATIVO (da svolgere su un foglio a parte). Trovare i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le righe della seguente matrice sono vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^4$,

$$\begin{pmatrix} k & k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & k \end{pmatrix}.$$

Trovare poi i valori di k per cui le colonne della matrice sono vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^3$.

Mostrare il procedimento nei dettagli e mettere in evidenza le proprietà utilizzate.