TEST DI PROVA 7, con soluzioni

Nicola Arcozzi

(1) Calcolare la matrice $A = B \cdot C$ e il determinante di A, dove

$$B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) Sia

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2 - \log(n^3 + n + 5)}{\frac{2}{n} + 1 - n}.$$

Allora, $L =$
(i) 0
(ii) $-\infty$
(iii) $\frac{1}{2}$
(iv) -1

(3) Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

(1) Sia $f : [5, 7] \to \mathbb{R}$ una funzione continua su $[5, 7)$. Allora, f ha massimo in $[5, 7)$, ma non in $[5, 7]$.

(2) Siano $f : [5, 7] \to \mathbb{R}$ e $g : [5, 7] \to \mathbb{R}$ funzioni e supponiamo che $f(5) = 0$, $f(7) = 4$, $g(5) = 2$ e $g(7) = 3$. Allora, esiste $x \in [5, 7]$ t.c. $f(x) = g(x)$.

(3) Siano $f : [5, 7] \to \mathbb{R}$ e $g : [5, 7] \to \mathbb{R}$ funzioni continue e supponiamo che $f(5) = 1$, $f(7) = 3$, $g(5) = 1$ e $g(7) = -2$. Allora, esiste $x \in [5, 7]$ t.c. $f(x) \cdot g(x) = 0$.

(4) Siano $f : [5,7] \to \mathbb{R}$ e $g : [5,7] \to \mathbb{R}$ funzioni continue e supponiamo che $f(5) = 1$, $f(7) = 100$, $g(5) = 100$ e $g(7) = 101$. Allora, esiste $x \in [5,7]$ t.c. $f(x) = g(x)$.

Soluzioni.

(1) $det(A) = 0$ e

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) (ii).

(3): (3).