Prova scritta di Analisi Matematica TA
Ingegneria Gestionale

Nicola Arcozzi

7 gennaio 2008

Analisi Matematica e Geometria e Algebra T-A

Il tempo a disposizione é di 3 ore. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Si possono utilizzare libri o appunti.

Negli esercizi a risposta multipla: $+4$ punti la risposta esatta e -1 una errata.

L'esercizio facoltativo viene corretto solo a chi abbia raggiunto il punteggio indicato sopra per le parti obbligatorie di Analisi Matematica e Geometria e Algebra.

(1) [4 p.ti] Calcolare

$$L = \lim_{x \to 0^+} \frac{\log(1+\sin(3x)) - \log(1+3x)}{(\log(2+3x+\sin(3x))) \cdot (x - \sin(x))}$$

[ ] $L = 0$

[ ] $L = -\frac{27}{\log(2)}$

[ ] $L = +\infty$

[ ] $L = -27$

(2) [6 p.ti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^4 (x^2+4x)e^{-x^2-4x}(2x+4)dx.$$

(3) [12 p.ti] Data la funzione

$$f(x) = (3x - 7) \cdot e^{-|x-2|},$$

trovare: (i) il dominio $Dom(f)$ di f e l'insieme dei punti su cui f è continua; (ii) il dominio di f' e l'espressione di f'; (iii) i limiti di f agli estremi di $Dom(f)$; (iv) gli intervalli su cui f è crescente.

Usare le informazioni cos'ıraccolte per tracciare un grafico qualitativo di f.

Facoltativo (un punto, solo per chi ha svolto la parte obbligatoria con punteggio minimo): trovare gli intervalli su cui f è convessa e utilizzare questa informazione per tracciare un grafico più preciso di f.

(4) [4 p.ti] Siano $f, g : [0,1] \to \mathbb{R}$ due funzioni continue e siano $f(0) = 5,\ f(1) = 6,\ g(0) = 6,\ g(1) = 5$. Quale delle seguenti affermazioni segue *necessariamente* dalle ipotesi?

[ ] Esiste x in $(0,1)$ tale che $f(x) + g(x) = 0$.

[ ] Esiste un punto x in $(0,1)$ tale che la funzione $h = f + g$ soddisfa $h'(x) = 0$.

[ ] La funzione f è crescente, mentre la funzione g è decrescente.

[ ] Esiste x in $(0,1)$ tale che $f(x) = g(x)$.

(5) [4 p.ti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{9^{n+4} + 8^n}{3^{2n+4} + n \cdot 8^n}$$

[ ] $L = 81$

[ ] $L = 0$

[ ] $L = +\infty$

[ ] $L = 1$