Prova Scritta del I appello di Analisi Matematica LS
Ingegneria Civile

Nicola Arcozzi

14 dicembre 2007

Il tempo a disposizione é di 2 ore e 30 minuti. Non si possono utilizzare libri o appunti, eccetto un foglio protocollo formato A4 con formule che si ritengono utili. Si è ammessi alla prova orale con un punteggio di almeno 12 punti nella parte non facoltativa.

Nella soluzione degli esercizi riportate i calcoli e le motivazioni.

Prove orali. Scrivete qui sotto le vostre preferenze (o assenza di preferenze) per la data della prova orale.

Nel I appello: ( ) in dicembre, ma non il giorno...................... ( ) in gennaio, prima del II appello

Nel II appello: ( )

Cercherò di rispettare le vostre esigenze per quanto possibile.

Esercizio 1.[5 pt.] Risolvere il seguente problema di Dirichlet nel disco $B = B(0,1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 < 1\}$.

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \ in \ B, \\ u(x,y) = 3x^3 + 3xy^2 + \sqrt{5}x^2y - 3x \ su \ \partial B. \end{cases}$$

Esercizio 2.[8 pt.] Calcolare $\hat{f}$, dove la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ è definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \ se \ 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x \ se \ 3 \leq x \leq 4 \\ 1 \ se \ 1 \leq x \leq 3 \\ 0 \ altrove. \end{cases}$$

Esercizio 3.[4 pt.] Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale lineare ordinaria del II ordine:

$$x'' - 6x' + 8x = \sin(t^2).$$

Esercizio 4.[7 pt.] Sia $g : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ la funzione

$$g(x) = 1 \ \forall x \in \mathbb{R}$$

Trovare coefficienti c_n (n intero, $n \geq 1$) tali che l'uguaglianza

$$g(x) = \sum_{n \geq 1} c_n \sin(nx)$$

valga su $[0, \pi]$ nel senso L^2. [Motivare i passaggi].

Risolvere quindi il seguente problema misto:

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, \\ u(0,t) = u(\pi, t) = 0 \ \forall t > 0, \\ u(x, 0) = 2\sin(3x) \ \forall x \in [0, \pi], \\ u_t(x, 0) = g(x) \ \forall x \in [0, \pi], \end{cases}$$

Esercizio 5.[6 pt.] Sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione, $h \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u_y + 2u_x + 2u = e^{-2y} \arctan(x - 2y) \\ u(x, 0) = h(x). \end{cases}$$