PROVA SCRITTA DEL I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA L-A INGEGNERIA GESTIONALE A-K

Nicola Arcozzi

18 dicembre 2006

Cognome e nome (in stampatello):

Giorno in cui si preferisce svolgere la prova orale (cancellare quello che non interessa): 20/12/06 .... 21/12/06

Il tempo a disposizione é di 2 ore e 30 minuti. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Non si possono utilizzare libri o appunti.

Il punteggio per gli esercizi a scelta multipla é di 3 pt. per la risposta esatta, -1 pt per una risposta errata, 0 pt. se la risposta non viene data. Negli esercizi a risposta libera non c'é punteggio negativo. Scrivete la risposta sul foglio degli esercizi, non su un foglio a parte.

Si viene ammessi alla prova orale con un punteggio superiore o uguale a 10 pt.

(1)[3pt] Calcolare

$$L = \lim_{x \to 2^+} \cos(x/4) \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}$$

(i) $L = 0$

(ii) $L = +\infty$

(iii) $L = \cos(2/4)5$

(iv) $L = -\cos(2/4)3$

(2)[3pt] Calcolare

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{3 \cdot 3^{-2n} + 5 \cdot n^{-3}}{7 \cdot 9^{-n} + 11 \cdot n^{-3}}$$

(i) $L = 0$

(ii) $L = +\infty$

(iii) $L = \frac{3}{7}$

(iv) $L = \frac{5}{11}$

(3)[3pt] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e sia $h : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$h(x) = e^{f\left(2^{-1} \log(2x)\right)}.$$

Allora,

(i) $h'(x) = e^{f\left(2^{-1} \log(2x)\right)} \cdot f' \;\; 2^{-1} \log(2x) \;\; \frac{1}{x}$.

(ii) $h'(x) = f'(x)$.

(iii) $h'(x) = e^{f\left(2^{-1} \log(2x)\right)} \cdot f' \;\; 2^{-1} \log(2x) \;\; \frac{1}{2x}$.

(iv) $h'(x) = f' \;\; 2^{-1} \log(2x) \;\; \cdot \frac{1}{2x}$.

(4) [3pt] Siano $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ una funzione continua su $[0,2]$ e si supponga che $f(0) = 1$, $f(2) = 3$. Dalle ipotesi segue che

(i) $\exists x \in [0,2] : \; f'(x) = 1$.

(ii) f é crescente su $[0,2]$.

(iii) f ha massimo su $[0,2)$.

(iv) f ha massimo su $(0,2]$.

(5)[3pt] Sia $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$ una funzione. Quale delle seguenti proprietá esprime il fatto che

$$\lim_{x \to 2} f(x) = -2?$$

(i) $\forall \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{2\}$, $a_n \to 2$ per $n \to \infty$ implica che $\exists \epsilon > 0 \; |f(a_n) + 2| < \epsilon$ definitivamente.

(ii) $\forall \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{2\}$, $a_n \to 2$ per $n \to \infty$ implica che $\forall \epsilon > 0 \; |f(a_n) + 2| < \epsilon$ definitivamente.

(iii) $\exists \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{2\}$, $a_n \to 2$ per $n \to \infty$ implica che $\forall \epsilon > 0 \; |f(a_n) + 2| < \epsilon$ definitivamente.

(iv) $\forall \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{-2\}$, $a_n \to -2$ per $n \to \infty$ implica che $\forall \epsilon > 0 \; |f(a_n) - 2| < \epsilon$ definitivamente.

(6)[3 pti.] Calcolare

$$L = \lim_{x \to 0^+} \frac{e^{3x} \cdot \cos(2x) - 1 - 3x - \frac{5}{2}x^2}{\log(1 + 2x^2)}$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{5}{4}$.

(iv) $L = \frac{9}{4}$.

(7) [3 pti.] Calcolare il seguente integrale[1],

$$I = \int_0^{\pi/4} \cos(2x) \arctan(\sin(2x)) \, dx.$$

(i) $I = \frac{\pi}{8} - \frac{\log 2}{4}$.

(ii) $I = \frac{\pi}{4} - \frac{\log 2}{2}$.

(iii) $I = \frac{\pi}{4}$.

(iv) $I = \frac{\pi}{8}$.

(8) [3 pti.] Calcolare una primitiva di f,

$$f(x) = \frac{4x+3}{4x^2-1}.$$

[1] $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$.

(9)[6 pti.] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = e^{3x-|x^2-4|}$$

(a) Determinare l'insieme A dei punti su cui f é continua e l'insieme B dei punti su cui f é derivabile.
(b) Determinare gli intervalli su cui f é crescente.
(c) Determinare gli intervalli su cui f é concava.
(d) Calcolare

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x).$$

(e) Disegnare un grafico di f che tenga conto delle informazioni raccolte.