PROVA SCRITTA DEL II APPELLO DI ANALISI MATEMATICA L-A INGEGNERIA GESTIONALE A-K

Nicola Arcozzi

15 gennaio 2007

Cognome e nome (in stampatello):

Il tempo a disposizione é di 2 ore e 30 minuti. Non si possono utilizzare calcolatrici grafiche. Non si possono utilizzare libri o appunti.

Il punteggio per gli esercizi a scelta multipla é di 3 pt. per la risposta esatta, -1 pt per una risposta errata, 0 pt. se la risposta non viene data. Negli esercizi a risposta libera non c'é punteggio negativo. Scrivete la risposta sul foglio degli esercizi, non su un foglio a parte.

Si viene ammessi alla prova orale con un punteggio superiore o uguale a 10 pt.

(1)[3pt] Calcolare

$$L = \lim_{x \to 3^+} e^x \cdot \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 6}$$

(i) $L = 0$

(ii) $L = +\infty$

(iii) $L = 2e^3$

(iv) $L = -e^3$

(2)[3pt] Calcolare

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{3 \cdot 4^{2n} + 5 \cdot n^4}{7 \cdot 16^{-n} + 11 \cdot n^4}$$

(i) $L = 0$

(ii) $L = +\infty$

(iii) $L = \frac{3}{7}$

(iv) $L = \frac{5}{11}$

(3)[3pt] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$h(x) = f\left(x + 5f\left(\frac{x}{5}\right)\right)$$

Allora,

(i) $h'(x) = f'\left(x + 5f\left(\frac{x}{5}\right)\right) \cdot \left(1 + f'\left(\frac{x}{5}\right)\right)$.

(ii) $h'(x) = f'\left(x + 5f\left(\frac{x}{5}\right)\right) \cdot \left(1 + 5f'\left(\frac{x}{5}\right)\right)$.

(iii) $h'(x) = f'\left(1 + f'\left(\frac{x}{5}\right)\right)$.

(iv) $h'(x) = f'(x) \cdot \left(1 + f'\left(\frac{x}{5}\right)\right)$.

(4) [3pt] Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua su $[0,1]$ e si supponga che $f(0) = 2$, $f(1) = 1$. Dalle ipotesi segue necessariamente che

(i) f ha massimo su $[0,1]$.

(ii) $\exists x \in [0,1] : \ f'(x) = -1$.

(iii) f é decrescente su $[0,1]$.

(iv) l'equazione $f(x) = \frac{3}{2}$ ha esattamente una soluzione in $[0,1]$.

(5)[3pt] Sia $f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R}$ una funzione. Quale delle seguenti proprietá esprime il fatto che

$$\lim_{x\to 2} f(x) = -2?$$

(i) $\forall \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{2\}$, $a_n \to 2$ per $n \to \infty$ implica che $\forall \epsilon > 0$ $|f(a_n) + 2| < \epsilon$ definitivamente.

(ii) $\forall \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{2\}$, $a_n \to 2$ per $n \to \infty$ implica che $\exists \epsilon > 0$ $|f(a_n) + 2| < \epsilon$ definitivamente.

(iii) $\exists \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{2\}$, $a_n \to 2$ per $n \to \infty$ implica che $\forall \epsilon > 0$ $|f(a_n) + 2| < \epsilon$ definitivamente.

(iv) $\forall \{a_n\}$ in $\mathbb{R} - \{-2\}$, $a_n \to -2$ per $n \to \infty$ implica che $\forall \epsilon > 0$ $|f(a_n) - 2| < \epsilon$ definitivamente.

(6)[3 pti.] Calcolare

$$L = \lim_{x \to 0^+} \frac{e^{5x} \cdot (1 + \sin(2x)) - 1 - 7x}{x \sin(2x)}$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{45}{4}$.

(iv) $L = \frac{25}{4}$.

(7) [3 pti.] Calcolare il seguente integrale,

$$I = \int_0^1 (8x^3 + 2x) e^{4x^2} \ dx.$$

(i) $I = \frac{e^4}{4}$.

(ii) $I = e^4$.

(iii) $I = e^4 - 1$.

(iv) $I = e^4 \frac{19}{4} - \frac{3}{4}$.

(8) [3 pti.] Calcolare una primitiva di f,

$$f(x) = \frac{4x - 3}{x^2 + 1}.$$

(9)[6 pti.] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = e^{-x^2+|6x|}$$

(a) Determinare l'insieme A dei punti su cui f é continua e l'insieme B dei punti su cui f é derivabile.
(b) Determinare gli intervalli su cui f é crescente.
(c) Determinare gli intervalli su cui f é concava.
(d) Calcolare

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x).$$

(e) Disegnare un grafico di f che tenga conto delle informazioni raccolte.