

PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A,
I APPELLO
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del
Territorio, sede di Ravenna

20 dicembre 2004

Nome e Cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico del Territorio.

Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

Esercizi della prova scritta. Tempo per la prova: 2 ore.

(1) [4 punti] Sia γ la circonferenza di raggio 5 e centro in $(4, 0)$. Scrivere l'equazione di γ e trovare le equazioni delle circonferenze c aventi centro in $(0, 0)$ e tangenti a γ .

Disegnare le circonferenze sul piano cartesiano.

(2) [4 punti] Trovare le soluzioni del sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 9} \leq x \\ \log_3(x) \geq 0 \end{cases}$$

(3) [3 punti] Sia $a > 0$, $a \neq 1$. Una sola delle seguenti affermazioni è certamente vera. Quale?

(i) $\log_a(a^{\log_a(3)}) + \log_a(a^{\log_a(4)}) = \log_a(7)$.

(ii) $\log_a(a^{\log_a(3)}) + \log_a(a^{\log_a(4)}) = 7$.

(iii) $\log_a(a^{\log_a(3)}) + \log_a(a^{\log_a(4)}) = 12$.

(iv) $\log_a(a^{\log_a(3)}) + \log_a(a^{\log_a(4)}) = \log_a(12)$.

(4) [4 punti] Quale delle seguenti famiglie di vettori in \mathbb{R}^3 è una base per \mathbb{R}^3 ?

(1) $(0, 0, 0)$, $(2, -3, 2)$, $(3, -1, 1)$,.

(2) $(3, 0, 2)$, $(0, 3, 0)$, $(3, 6, 2)$.

(3) $(1, -2, 1)$, $(-2, 1, -2)$, $(1, 1, -2)$, $(2, 2, -1)$.

(4) $(3, 0, -1)$, $(0, 3, 0)$, $(-1, -1, 3)$.

(5) [4 punti] Sia

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + n^4 + (\log(n))^5}{3^n + n^5 + (\log(n))^3}$$

Allora, $L =$

- (i) 0
- (ii) ∞
- (iii) 3
- (iv) 1

(6) [4 punti] Siano $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni continue, $f(0) = 2$, $f(1) = 4$, $g(0) = 5$, $g(1) = 10$. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?

- (i) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) - g(x) = 0$.
- (ii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x)g(x) = 0$.
- (ii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) - g(x) = -25$.
- (iv) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $2 \cdot f(x) - 5 \cdot g(x) = -25$.

(7) [3 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile su tutto \mathbb{R} . Sia

$$h(x) = (f(x^7))^{1/7}$$

Quali delle seguenti è la derivata di f ?

- (i) $h'(x) = \left(\frac{x}{f(x^7)^{1/7}}\right)^6 f'(x^7)$.
- (i) $h'(x) = f'(x)$.
- (i) $h'(x) = f'(x^7)x^6$.
- (i) $h'(x) = \frac{1}{7} \frac{x^6}{f(x^7)^{6/7}} f'(x^7)$.

(8) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1 + 4x^2}$$

(a) Trovare gli intervalli su cui f è crescente.

(b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

(c) Trovare gli intervalli su cui $f > 0$ e disegnare sommariamente il grafico di f .

(9) [3 punti] **Esercizio facoltativo.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x^2)}{\cos(3x^2)(e^{5x} - 1)^2},$$

mostrando il procedimento utilizzato in dettaglio e mettendo in evidenza i teoremi utilizzati.

[201]