PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A, I APPELLO C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio, sede di Ravenna

16 dicembre 2005

Nome e Cognome (in stampatello)...

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico delTerritorio.
Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

(1)[3 punti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{5 \cdot 3^{2n-4} + 7 \cdot n^5}{3 \cdot 8^{n+3} + 2 \cdot n^5}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{5}{3}$.

(iv) $\frac{7}{2}$.

(2) [3 punti] Quali delle seguenti uguaglianze vale per ogni scelta di $a > 1$?

(i) $\log_a\left(\sqrt[2a+1]{(2a+1)^{2a-1}}\right) = \frac{2a-1}{2a+1} \cdot \log_a(2a+1).$

(ii) $\log_a\left(\sqrt[2a+1]{(2a+1)^{2a-1}}\right) = \frac{2a-1}{2a+1}.$

(iii) $\log_a\left(\sqrt[2a+1]{(2a+1)^{2a-1}}\right) = \log_a(2a-1).$

(iv) $\log_a\left(\sqrt[2a+1]{(2a+1)^{2a-1}}\right) = 2a-1.$

(3) [3 punti] Quali delle seguenti affermazioni vale per ogni $x \in \mathbb{R}$?

(i) $-3 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -1 < x < 1$ o $-9 < x < 9.$

(ii) $-3 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -9 < x < 1.$

(iii) $-3 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -1 < x < 1.$

(iv) $-3 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -9 < x < 1$ o $-1 < x < 9.$

(4) [4 punti] Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ e $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ continue, avente agli estremi i valori $f(0) = 1$, $g(0) = -1$, $f(1) = 4$, $g(1) = -4$. Quale delle seguenti affermazioni é certamente vera?

(i) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = -20.$

(ii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f(x) + g(x) = -10.$

(iii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f + g$ ha massimo in $(0,1).$

(iv) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = -4.$

(5) [5 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = 3x \cdot e^{-11x^2+3}.$$

Trovare gli intervalli su cui f é crescente.

(i) $[\frac{1}{11}, +\infty)$.

(ii) $[-\frac{1}{\sqrt{22}}, \frac{1}{\sqrt{22}}]$.

(iii) $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{22}}]$ e $[\frac{1}{\sqrt{22}}, +\infty)$.

(iv) $(-\infty, \frac{1}{22}]$.

(6) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$h(x) = e^{f^2(2x-1)}.$$

Supponiamo che $f(-1) = \sqrt{2}$, $f'(-1) = -3$, $f(0) = 3$, $f'(0) = -2$. Allora,

(i) $h'(0) = -e^2 \cdot 6\sqrt{2}$.

(ii) $h'(0) = e^2 \cdot 2\sqrt{2}$.

(iii) $h'(0) = -e^2 \cdot 12\sqrt{2}$.

(iv) $h'(0) = -e^{2\sqrt{2}} \cdot 12$.

(7) [4 punti] Calcolare L,

$$L = \lim_{x \to 0} 3 \cdot \frac{1 + \sin(2x) - e^{2x}}{\cos(3\sin(x))}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{4}{3}$.

(iv) $L = 2$.

(8) [4 punti] Trovare i valori di $z \in \mathbb{R}$ tali per cui i vettori

$$(z^2 - 4z + 4, 3z + 2), \ (3z + 2, 25)$$

sono linearmente dipendenti.

() $z = \frac{3}{2}$ o $z = 4$.

() $z = \frac{3}{2}$ o $z = 1$.

() $z = 6$ o $z = 1$.

() $z = 6$ o $z = 4$.

(Facoltativo) [3 punti] Sia f la funzione dell'esercizio (5). Calcolare

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$$

e gli intervalli su cui f é convessa.

Utilizzare queste informazioni per disegnare il grafico di f.

01