

PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A,
I APPELLO
C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del
Territorio, sede di Ravenna

16 dicembre 2005

Nome e Cognome (in stampatello).....

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico del Territorio.

Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

(1)[3 punti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 8^n + 3 \cdot n^3}{5 \cdot 3^{2n} + 2 \cdot n^3}.$$

- (i) $L = 0$.
- (ii) $L = +\infty$.
- (iii) $L = \frac{3}{5}$.
- (iv) $\frac{3}{2}$.

(2) [3 punti] Quali delle seguenti uguaglianze vale per ogni scelta di $a > 1$?

(i) $\log_a \left(\sqrt[a+1]{(a+1)^{a-1}} \right) = \log_a(a-1)$.

(ii) $\log_a \left(\sqrt[a+1]{(a+1)^{a-1}} \right) = \frac{a-1}{a+1} \cdot \log_a(a+1)$.

(iii) $\log_a \left(\sqrt[a+1]{(a+1)^{a-1}} \right) = \frac{a-1}{a+1}$.

(iv) $\log_a \left(\sqrt[a+1]{(a+1)^{a-1}} \right) = a-1$.

(3) [3 punti] Quali delle seguenti affermazioni vale per ogni $x \in \mathbb{R}$?

(i) $-3 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -4 < x < 4$.

(ii) $-3 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -4 < x < 4 \text{ o } -9 < x < 9$.

(iii) $-3 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -9 < x < 4$.

(iv) $-3 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -9 < x < 4 \text{ o } -4 < x < 9$.

(4) [4 punti] Siano $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continue, avente agli estremi i valori $f(0) = -1$, $g(0) = 1$, $f(1) = 4$, $g(1) = -4$. Quale delle seguenti affermazioni é certamente vera?

(i) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = -20$.

(ii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) - g(x) = 6$.

(iii) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f(x) - g(x) = 10$.

(iv) Esiste x in $[0, 1]$ tale che $f - g$ ha massimo in $(0, 1)$.

(5) [5 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = -2x \cdot e^{-3x^2-1}.$$

Trovare gli intervalli su cui f é crescente.

- (i) $[-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}]$.
- (ii) $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{6}}]$ e $[\frac{1}{\sqrt{6}}, +\infty)$.
- (iii) $(-\infty, \frac{1}{6}]$.
- (iv) $[\frac{1}{3}, +\infty)$.

(6) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e sia $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$h(x) = e^{f^2(2x-3)}.$$

Supponiamo che $f(-3) = \sqrt{3}$, $f'(-3) = 5$, $f(0) = 7$, $f'(0) = 11$. Allora,

- (i) $h'(0) = e^3 \cdot 20\sqrt{3}$.
- (ii) $h'(0) = e^{2\sqrt{3}} \cdot 20$.
- (iii) $h'(0) = e^3 \cdot 10\sqrt{3}$.
- (iv) $h'(0) = e^3 \cdot 2\sqrt{3}$.

(7) [4 punti] Calcolare L ,

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{1 + \sin(3x) - e^{3x}}{\cos(2 \sin(x))}.$$

- (i) $L = 0$.
- (ii) $L = +\infty$.
- (iv) $L = 3$.
- (iii) $L = \frac{9}{2}$.

(8) [4 punti] Trovare i valori di $z \in \mathbb{R}$ tali per cui i vettori

$$(z^2 - 4z + 4, 2z + 4), (2z + 4, 25)$$

sono linearmente dipendenti.

(i) $z = \frac{14}{3}$ o $z = \frac{6}{7}$.

(ii) $z = 2$.

(iii) $z = \frac{14}{3}$ o $z = 2$.

(iv) $z = 2$ o $z = \frac{6}{7}$.

(Facoltativo) [3 punti] Sia f la funzione dell'esercizio (5). Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

e gli intervalli su cui f é convessa.

Utilizzare queste informazioni per disegnare il grafico di f .

02