PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A, I APPELLO C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio, sede di Ravenna

16 dicembre 2005

Nome e Cognome (in stampatello)...

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico delTerritorio.
Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

(1)[3 punti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{3 \cdot 2^{3n+3} + 5 \cdot n^7}{7 \cdot 8^{n+1} + 11 \cdot n^7}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{3}{7}$.

(iv) $\frac{5}{11}$.

(2) [3 punti] Quali delle seguenti uguaglianze vale per ogni scelta di $a > 1$?

(i) $\log_a\left(\sqrt[a+3]{(a+3)^{a-3}}\right) = \log_a(a-3)$.

(ii) $\log_a\left(\sqrt[a+3]{(a+3)^{a-3}}\right) = a-3$.

(iii) $\log_a\left(\sqrt[a+3]{(a+3)^{a-3}}\right) = \frac{a-3}{a+3} \cdot \log_a(a+3)$.

(iv) $\log_a\left(\sqrt[a+3]{(a+3)^{a-3}}\right) = \frac{a-3}{a+3}$.

(3) [3 punti] Quali delle seguenti affermazioni vale per ogni $x \in \mathbb{R}$?

(i) $-2 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -4 < x < 1$ o $-1 < x < 4$.

(ii) $-2 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -4 < x < 1$.

(iii) $-2 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -1 < x < 1$.

(iv) $-2 < \sqrt{|x|} < 1 \iff -1 < x < 1$ o $-4 < x < 4$.

(4) [4 punti] Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ e $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ continue, avente agli estremi i valori $f(0) = 1$, $g(0) = 1$, $f(1) = -6$, $g(1) = -6$. Quale delle seguenti affermazioni é certamente vera?

(i) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) + g(x) = 15$.

(ii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f + g$ ha massimo in $(0,1)$.

(iii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = 9$.

(iv) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = 45$.

(5) [5 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = 5x \cdot e^{-5x^2+5}.$$

Trovare gli intervalli su cui f é crescente.

(i) $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{10}}]$ e $[\frac{1}{\sqrt{10}}, +\infty)$.

(ii) $(-\infty, \frac{1}{10}]$.

(iii) $[\frac{1}{5}, +\infty)$.

(iv) $[-\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}]$.

(6) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$h(x) = e^{f^2(3x-2)}.$$

Supponiamo che $f(-2) = \sqrt{3}$, $f'(-2) = 5$, $f(0) = 11$, $f'(0) = 7$. Allora,

(i) $h'(0) = e^3 \cdot 10\sqrt{3}$.

(ii) $h'(0) = e^3 \cdot 2\sqrt{3}$.

(iii) $h'(0) = e^3 \cdot 30\sqrt{3}$.

(iv) $h'(0) = e^{2\sqrt{3}} \cdot 30$.

(7) [4 punti] Calcolare L,

$$L = \lim_{x\to 0} 9 \cdot \frac{1 - \sin(2x) - e^{-2x}}{\cos(3\sin(x))}.$$

(i) $L = 4$.

(ii) $L = 0$.

(iii) $L = +\infty$.

(iv) $L = -6$.

(8) [4 punti] Trovare i valori di $z \in \mathbb{R}$ tali per cui i vettori

$$(z^2 - 2z + 1, 2z + 1),\ (2z + 1, 16)$$

sono linearmente dipendenti.

(i) $z = \frac{5}{6}$ o $z = \frac{1}{2}$.

(ii) $z = \frac{5}{6}$ o $z = \frac{3}{2}$.

(iii) $z = \frac{5}{2}$ o $z = \frac{3}{2}$.

(iv) $z = \frac{5}{2}$ o $z = \frac{1}{2}$.

(Facoltativo) [3 punti] Sia f la funzione dell'esercizio (5). Calcolare

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$$

e gli intervalli su cui f é convessa.

Utilizzare queste informazioni per disegnare il grafico di f.

03