PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A, I APPELLO C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio, sede di Ravenna

16 dicembre 2005

Nome e Cognome (in stampatello)...

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico delTerritorio.
Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

(1)[3 punti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{3 \cdot 2^{-3n-3} + 5 \cdot n^d}{7 \cdot 8^{-n-1} + 11 \cdot n^d}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{3}{7}$.

(iv) $\frac{5}{11}$.

(2) [3 punti] Quali delle seguenti uguaglianze vale per ogni scelta di $a > 1$?

(i) $\log_a \left(\sqrt[3a+2]{(3a+2)^{3a-2}} \right) = \frac{3a-2}{3a+2}$.

(ii) $\log_a \left(\sqrt[3a+2]{(3a+2)^{3a-2}} \right) = \log_a(3a-2)$.

(iii) $\log_a \left(\sqrt[3a+2]{(3a+2)^{3a-2}} \right) = \frac{3a-2}{3a+2} \cdot \log_a(3a+2)$.

(iv) $\log_a \left(\sqrt[3a+2]{(3a+2)^{3a-2}} \right) = 3a-2$.

(3) [3 punti] Quali delle seguenti affermazioni vale per ogni $x \in \mathbb{R}$?

(i) $-1 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -4 < x < 4$ o $-1 < x < 1$.

(ii) $-1 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -1 < x < 4$.

(iii) $-1 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -4 < x < 4$.

(iv) $-1 < \sqrt{|x|} < 2 \iff -1 < x < 4$ o $-4 < x < 1$.

(4) [4 punti] Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ e $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ continue, avente agli estremi i valori $f(0) = 1$, $g(0) = -1$, $f(1) = 6$, $g(1) = -6$. Quale delle seguenti affermazioni é certamente vera?

(i) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = -45$.

(ii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f(x) + g(x) = -9$.

(iii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f + g$ ha massimo in $(0,1)$.

(iv) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f(x) + g(x) = -15$.

(5) [5 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = -x \cdot e^{-7x^2-7}.$$

Trovare gli intervalli su cui f é decrescente.

(i) $[-\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}]$.

(ii) $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{14}}]$ e $[\frac{1}{\sqrt{14}}, +\infty)$.

(iii) $(-\infty, \frac{1}{14}]$.

(iv) $[\frac{1}{7}, +\infty)$.

(6) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$h(x) = e^{f^2(-2x+1)}.$$

Supponiamo che $f(1) = \sqrt{5}$, $f'(1) = 3$, $f(0) = 3$, $f'(0) = 5$. Allora,

(i) $h'(0) = -e^{2\sqrt{5}} \cdot 12$.

(ii) $h'(0) = -e^5 \cdot 12\sqrt{5}$.

(iii) $h'(0) = e^5 \cdot 6\sqrt{5}$.

(iv) $h'(0) = e^5 \cdot 2\sqrt{5}$.

(7) [4 punti] Calcolare L,

$$L = \lim_{x \to 0} 2 \cdot \frac{1 + \sin(3x) - e^{3x}}{\cos(-2\sin(x))}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = -3$.

(iv) $L = \frac{9}{2}$.

(8) [4 punti] Trovare i valori di $z \in \mathbb{R}$ tali per cui i vettori

$$(z^2 + 2z + 1, 2z + 1),\ (2z + 1, 16)$$

sono linearmente dipendenti.

(i) $z = -\frac{1}{2}$ o $z = -\frac{5}{2}$.

(ii) $z = -\frac{3}{2}$ o $z = -\frac{5}{6}$.

(iii) $z = -\frac{3}{6}$ o $z = -\frac{5}{6}$.

(iv) $z = -\frac{3}{2}$ o $z = -\frac{5}{2}$.

(Facoltativo) [3 punti] Sia f la funzione dell'esercizio (5). Calcolare

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$$

e gli intervalli su cui f é convessa.

Utilizzare queste informazioni per disegnare il grafico di f.

04