PROVA SCRITTA DI ANALISI L-A, I APPELLO C.d.L. in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio, sede di Ravenna

16 dicembre 2005

Nome e Cognome (in stampatello)...

Corso di Laurea: (i) Ingegneria Edile, (ii) Tecnico delTerritorio.
Segnare con una croce il corso di laurea a cui è iscritto il candidato.

(1)[3 punti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{3 \cdot 2^{-3n+3} + 5 \cdot n^8}{7 \cdot 8^{n+c} + 11 \cdot n^1}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = \frac{3}{7}$.

(iv) $\frac{5}{11}$.

(2) [3 punti] Quali delle seguenti uguaglianze vale per ogni scelta di $a > 1$?

(i) $\log_a\left(\sqrt[2a+3]{(2a+3)^{2a-3}}\right) = \frac{2a-3}{2a+3}$.

(ii) $\log_a\left(\sqrt[2a+3]{(2a+3)^{2a-3}}\right) = \frac{2a-3}{2a+3} \cdot \log_a(2a+3)$.

(iii) $\log_a\left(\sqrt[2a+3]{(2a+3)^{2a-3}}\right) = \log_a(2a-3)$.

(iv) $\log_a\left(\sqrt[2a+3]{(2a+3)^{2a-3}}\right) = 2a-3$.

(3) [3 punti] Quali delle seguenti affermazioni vale per ogni $x \in \mathbb{R}$?

(i) $-2 < \sqrt{|x|} < 3 \iff -9 < x < 9$ o $-4 < x < 4$.

(ii) $-2 < \sqrt{|x|} < 3 \iff -4 < x < 9$.

(iii) $-2 < \sqrt{|x|} < 3 \iff -9 < x < 9$.

(iv) $-2 < \sqrt{|x|} < 3 \iff -4 < x < 9$ o $-9 < x < 4$.

(4) [4 punti] Siano $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ e $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ continue, avente agli estremi i valori $f(0) = 2$, $g(0) = -1$, $f(1) = 8$, $g(1) = -4$. Quale delle seguenti affermazioni é certamente vera?

(i) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f(x) + 2g(x) = -20$.

(ii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $-f + 2g$ ha massimo in $(0,1)$.

(iii) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = -8$.

(iv) Esiste x in $[0,1]$ tale che $f(x) \cdot g(x) = -40$.

(5) [5 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = 3x \cdot e^{-13 \cdot x^2 + 5}.$$

Trovare gli intervalli su cui f é decrescente.

(i) $[-\frac{1}{\sqrt{26}}, \frac{1}{\sqrt{26}}]$.

(ii) $(-\infty, \frac{1}{26}]$.

(iii) $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{26}}]$ e $[\frac{1}{\sqrt{26}}, +\infty)$.

(iv) $[\frac{1}{13}, +\infty)$.

(6) [4 punti] Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$h(x) = e^{f^2(-x+1)}.$$

Supponiamo che $f(1) = \sqrt{2}$, $f'(1) = 3$, $f(0) = 3$, $f'(0) = 2$. Allora,

(i) $h'(0) = e^2 \cdot 6\sqrt{2}$.

(ii) $h'(0) = e^2 \cdot 2\sqrt{2}$.

(iii) $h'(0) = -e^2 \cdot 6\sqrt{2}$.

(iv) $h'(0) = -e^{2\sqrt{2}} \cdot 6$.

(7) [4 punti] Calcolare L,

$$L = \lim_{x \to 0} 4 \cdot \frac{1 - \sin(3x) - e^{3x}}{\cos(2\sin(x))}.$$

(i) $L = 0$.

(ii) $L = +\infty$.

(iii) $L = 9$.

(iv) $L = 6$.

(8) [4 punti] Trovare i valori di $z \in \mathbb{R}$ tali per cui i vettori

$$(z^2 - 4z + 4, z - 2), \ (z - 2, 9)$$

sono linearmente dipendenti.

(i) $z = 2$.

(ii) $z = 1$ o $z = 4$.

(iii) $z = 1$ o $z = 2$.

(iv) $z = 1$ o $z = -1$.

(Facoltativo) [3 punti] Sia f la funzione dell'esercizio (5). Calcolare

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$$

e gli intervalli su cui f é convessa.

Utilizzare queste informazioni per disegnare il grafico di f.

05