

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & b - \gamma & 0 \\ 4 & \gamma + 1 & 10 - a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & \gamma + a & 0 \\ 3 & 6 & 10 - b \\ -1 & 10 & \gamma \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\gamma \in \mathbf{R}$ la matrice prodotto AB è invertibile. (4 punti)
- b) Fissato $\gamma = b$, si trovino le soluzioni del sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. (4 punti)
- 2) In \mathbf{R}^4 si considerino i vettori $v_1 = ((a + 1), 1, 0, 2a + 4)$, $v_2 = (1, 10 - b, 0, b - 12)$ e $v_3 = (-2, 0, 0, -4)$.
- a) Si dica se $\{v_1, v_2, v_3\}$ sono linearmente dipendenti o linearmente indipendenti. (5 punti)
- b) Si calcoli $\dim(L(v_1, v_2, v_3))$. (2 punti)
- c) Completare l'insieme $\{v_1, v_2, v_3\}$ ad una base di \mathbf{R}^4 . (3 punti)
-