05/06/2006 **PARZIALE** Num. Matr. ....

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, *sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).* **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia $\mathcal{S}_2(\mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici simmetriche reali di ordine due e sia $T : \mathcal{S}_2(\mathbf{R}) \to \mathcal{S}_2(\mathbf{R})$ l'endomorfismo definito da

$$T\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ 2a+2 & 2b+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a+1 & 2a+2 \\ b+1 & 2b+2 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcoli la matrice associata a T rispetto alla base $\mathcal{B} = (\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix})$. *(4 punti)*

b) Si dica se T è un isomorfismo . *(2 punti)*

c) Si trovino gli autovalori di T. *(3 punti)*

2) Sia data la matrice a coefficienti reali $A = \begin{pmatrix} (a+1) & 0 & 1 \\ 0 & \gamma - b & 2 \\ 1 & 2 & \gamma \end{pmatrix}$.

a) Si dica per quali valori di $\gamma \in \mathbf{R}$ la matrice A è definita positiva. *(4 punti)*

b) Fissato $\gamma = b + 3$, sia $\langle , \rangle_A : \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ il prodotto scalare definito da $\langle v, w \rangle_A = {}^t vAw$. Si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $(1, 0, 1)$ sul sottospazio $W = L((10 - a, 1, 1))$ e una rappresentazione cartesiana per $W^{\perp}$. *(5 punti)*