05/06/2006 **TOTALE** Num. Matr. ....

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, *sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).* **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia $\mathcal{S}_2(\mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici simmetriche reali di ordine due e sia $T : \mathcal{S}_2(\mathbf{R}) \to \mathcal{S}_2(\mathbf{R})$ l'endomorfismo definito da

$$T\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ 2a+2 & 2b+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a+1 & 2a+2 \\ b+1 & 2b+2 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcoli la matrice associata a T rispetto alla base $\mathcal{B} = (\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix})$. *(4 punti)*
b) Si dica se T è un isomorfismo . *(2 punti)*
c) Si trovino gli autovalori di T. *(3 punti)*

2) Si consideri il sistema lineare nelle incognite reali x, y e z: $\begin{cases} (\gamma+b)x + y + z = 0 \\ (\gamma - a - 1)y - z = 1 \\ (\gamma+b)x + (\gamma - a)y + 2z = -1 \end{cases}$.

a) Si discuta il sistema al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$. *(4 punti)*
b) Fissato $\gamma = 10$ si trovino le soluzioni del sistema. *(2 punti)*
c) Fissato $\gamma = a + 1$ si trovi una base per l'insieme delle soluzioni del sistema omogeneo associato. *(3 punti)*