

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia $T : V \rightarrow W$ un'applicazione lineare con $\dim V = 3$, $\dim W = 5$. Allora:

- V F** a) T non può essere un isomorfismo.
V F b) T non può essere iniettiva.
V F c) T non può essere suriettiva.

2) Sia p il polinomio caratteristico di una matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$. Allora:

- V F** a) p ha grado n .
V F b) 0 è una radice di p se e solo se $\rho(A) < n$.
V F c) se p ha n radici distinte, A è diagonalizzabile.

3) Sia $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y) = (x + y, x, x + 2y)$ e sia A la matrice associata a T rispetto alle basi canoniche di $\mathbf{R}^2$ e $\mathbf{R}^3$. Allora:

- V F** a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
V F b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
V F c) $\dim(\text{Im } T) = 2$.

4) Le classi di congruenza delle matrici simmetriche a coefficienti reali di ordine 3

- V F** a) sono 10.
V F b) sono 4.
V F c) contengono tutte infiniti elementi.

5) In $\mathbf{R}^2$, si consideri il prodotto scalare definito da $\langle (x, y), (x', y') \rangle = (x \ y) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Il vettore $(1, 0)$

- V F** a) è ortogonale al vettore $(0, 1)$.
V F b) ha norma 2.
V F c) ha norma $\sqrt{2}$.

6) In uno spazio affine euclideo di dimensione 3, siano r ed s due rette parallele distinte. Allora esiste un unico piano

- V F** a) che le contiene entrambe.
V F b) ortogonale ad entrambe.
V F c) ortogonale a r e parallelo a s .

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia $T : V \rightarrow W$ un'applicazione lineare con $\dim V = 5$, $\dim W = 3$. Allora:

- V F** a) T non può essere un isomorfismo.
V F b) T non può essere iniettiva.
V F c) T non può essere suriettiva.

2) Sia A la matrice associata ad un endomorfismo $T : V \rightarrow V$ rispetto a una base fissata e sia $\lambda \in \mathbf{K}$ un suo autovalore.

- V F** a) Allora λ è una radice del polinomio caratteristico di A .
V F b) Se $\lambda = 0$ allora T non è iniettivo.
V F c) A è una matrice scalare se e solo se $U_\lambda = V$.

3) Sia $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y, z) = (x + y + z, x + 2z)$ e sia A la matrice associata a T rispetto alle basi canoniche di $\mathbf{R}^3$ e $\mathbf{R}^2$. Allora:

- V F** a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
V F b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
V F c) $\dim(\text{Im } T) = 2$.

4) Le classi di congruenza delle matrici simmetriche a coefficienti complessi di ordine 3

- V F** a) sono 10.
V F b) sono 4.
V F c) contengono tutte infiniti elementi.

5) In $\mathbf{R}^2$, si consideri il prodotto scalare definito da $\langle (x, y), (x', y') \rangle = (x \ y) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Il vettore $(1, 0)$

- V F** a) è ortogonale al vettore $(1, -2)$.
V F b) ha norma $\sqrt{2}$.
V F c) ha norma 1.

6) In uno spazio affine euclideo di dimensione 3, siano r ed s due rette perpendicolari (i. e. ortogonali e incidenti). Allora esiste un unico piano

- V F** a) che le contiene entrambe.
V F b) ortogonale ad entrambe.
V F c) ortogonale a r e parallelo a s .