

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$  una matrice tale che  $\det A = 0$ . Allora  $A$ :

- V F** a) ha rango minore di  $n$ .
- V F** b) non è invertibile.
- V F** c) è la matrice nulla.

2) Nello spazio vettoriale  $\mathbf{R}_{\leq 3}[x]$  dei polinomi in un'indeterminata a coefficienti reali e di grado al più tre, il sottospazio vettoriale generato dai polinomi  $2x, x^2 - x, -3x, 1$

- V F** a) ha dimensione 4.
- V F** b) ha dimensione 3.
- V F** c) contiene il polinomio  $x^3 - 1$ .

3) Sia  $\mathcal{V}$  lo spazio vettoriale dei vettori del piano applicati in un punto  $O$  e sia  $T : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$  la rotazione in senso antiorario di un angolo  $\pi$  intorno al punto  $O$ . Allora:

- V F** a)  $T$  è iniettiva.
- V F** b)  $T$  ammette una base spettrale.
- V F** c) 1 è un autovalore per  $T$ .

4) Due matrici di ordine  $n$  sono simili se

- V F** a) hanno lo stesso polinomio caratteristico.
- V F** b) sono entrambe diagonalizzabili.
- V F** c) sono entrambe diagonalizzabili e hanno lo stesso polinomio caratteristico.

5) In uno spazio vettoriale reale  $V$ , siano  $v_1, v_2$  due vettori distinti. Una forma quadratica  $q : V \rightarrow \mathbf{R}$  tale che  $q(v_1) = 0$  e  $q(v_2) > 0$

- V F** a) è semidefinita positiva.
- V F** b) non è definita negativa.
- V F** c) è indefinita.

6) Un sistema lineare ammette soluzione se:

- V F** a) è di Cramer.
- V F** b) è omogeneo.
- V F** c) ha meno equazioni che incognite.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$  una matrice tale che  $\det A \neq 0$ . Allora  $A$ :

- V** **F** a) ha rango  $n$ .
- V** **F** b) è invertibile.
- V** **F** c) non è la matrice nulla.

2) Nello spazio vettoriale  $\mathbf{R}_{\leq 3}[x]$  dei polinomi in un'indeterminata a coefficienti reali e di grado al più tre, il sottospazio vettoriale generato dai polinomi  $2x, x^2 - x, -3x^3, 1$

- V** **F** a) ha dimensione 4.
- V** **F** b) ha dimensione 3.
- V** **F** c) contiene il polinomio  $x^3 - 1$ .

3) Sia  $\mathcal{V}$  lo spazio vettoriale dei vettori del piano applicati in un punto  $O$  e sia  $T : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$  la rotazione in senso antiorario di un angolo  $\pi$  intorno al punto  $O$ . Allora:

- V** **F** a)  $T$  è suriettiva.
- V** **F** b)  $T$  ammette una base spettrale.
- V** **F** c)  $-1$  è un autovalore per  $T$ .

4) Due matrici simili di ordine  $n$

- V** **F** a) hanno lo stesso polinomio caratteristico.
- V** **F** b) sono entrambe diagonalizzabili.
- V** **F** c) hanno lo stesso determinante.

5) In uno spazio vettoriale reale  $V$ , siano  $v_1, v_2$  due vettori distinti. Una forma quadratica  $q : V \rightarrow \mathbf{R}$  tale che  $q(v_1) < 0$  e  $q(v_2) > 0$

- V** **F** a) è semidefinita positiva.
- V** **F** b) non è semidefinita negativa.
- V** **F** c) è indefinita.

6) Un sistema lineare è determinato se:

- V** **F** a) è di Cramer.
- V** **F** b) è omogeneo.
- V** **F** c) ha meno equazioni che incognite.