

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbf{K})$ e sia $\rho(A) = r$. Allora:

- V F** a) $r = \min\{m, n\}$.
V F b) esiste in A un minore M di ordine r con $\det M \neq 0$.
V F c) $r > 0$.

2) Sia V uno spazio vettoriale e sia $W \subset V$.

- V F** a) Se W è un sottospazio allora $0_V \in W$.
V F b) Se $L(W) = W$ allora W è un sottospazio.
V F c) Se W è chiuso rispetto alla somma allora è un sottospazio.

3) Sia $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ un sistema di Cramer. Allora:

- V F** a) A è quadrata.
V F b) il sistema è determinato.
V F c) il sistema ammette la soluzione banale.

4) Sia $T: V \rightarrow W$ una trasformazione lineare.

- V F** a) Se $V = W$ allora T è un endomorfismo.
V F b) Se $\dim V = \dim W$ allora T è un isomorfismo.
V F c) Allora $\dim(\text{Ker } T) + \dim(\text{Im } T) = \dim V$.

5) Sia Δ_A il polinomio caratteristico della matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$.

- V F** a) Allora Δ_A ha grado n .
V F b) Se la somma delle molteplicità algebrica delle radici di A è minore di n allora A non è diagonalizzabile.
V F c) Allora Δ_A ha n radici distinte.

6) Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Allora:

- V F** a) A è definita positiva.
V F b) A è definita negativa.
V F c) A ha indice di positività uno.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbf{K})$ e sia $\rho(A) = r$. Allora:

- V F** a) $r \leq \min\{m, n\}$.
V F b) ogni minore di ordine r di A ha determinante diverso da zero.
V F c) $r \geq 0$.

2) Sia V uno spazio vettoriale e sia $W \subset V$.

- V F** a) Se $0_V \in W$ allora W è un sottospazio.
V F b) Se W è un sottospazio allora $L(W) = W$.
V F c) Se W è un sottospazio allora è chiuso rispetto alla somma.

3) Sia $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ un sistema omogeneo. Allora:

- V F** a) A è quadrata.
V F b) il sistema ammette la soluzione banale.
V F c) il sistema è determinato.

4) Sia $T: V \rightarrow W$ una trasformazione lineare.

- V F** a) Se $\dim V = \dim W$ allora T è un endomorfismo.
V F b) Se $\dim V \neq \dim W$ allora T non è un isomorfismo.
V F c) Allora $\dim(\text{Ker } T) + \dim(\text{Im } T) = \dim W$.

5) Sia $T: V \rightarrow V$ un endomorfismo, con $\dim V = n$, e sia λ un suo autovalore. Allora:

- V F** a) esiste $v \in V$ tale che $T(v) = \lambda v$.
V F b) per ogni $v \in V$ si ha $T(v) = \lambda v$.
V F c) $m_g(\lambda) \leq n$.

6) Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Allora:

- V F** a) A è definita positiva.
V F b) A è definita negativa.
V F c) A ha indice di positività uno.