

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $S$  un sistema lineare con matrice incompleta  $A$  e matrice completa  $C$ . Allora:

- V F** a) se  $\rho(A) < \rho(C)$ , il sistema non ammette soluzione.  
**V F** b)  $\rho(A)$  non può essere maggiore di  $\rho(C)$ .  
**V F** c) se  $\rho(A) < \rho(C)$ , il sistema è indeterminato.

2) Sia  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ .

- V F** a) Se  $\det A \neq 0$  allora  $A$  è invertibile.  
**V F** b) Se  $A$  è invertibile allora  $\rho(A) = n$ .  
**V F** c) Allora  $\rho(A) > 0$ .

3) Il seguente insieme è uno spazio vettoriale sul campo  $\mathbf{R}$  rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare reale.

- V F** a)  $\mathbf{C}$ .  
**V F** b)  $\mathbf{R}^{\mathbf{R}}$  (insieme delle funzioni da  $\mathbf{R}$  ad  $\mathbf{R}$ ).  
**V F** c)  $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ .

4) Sia  $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'applicazione lineare definita da  $T(x, y) = (x + y, x, x + 2y)$  e sia  $A$  la matrice associata a  $T$  rispetto alle basi canoniche di  $\mathbf{R}^2$  e  $\mathbf{R}^3$ . Allora:

- V F** a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .  
**V F** b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .  
**V F** c)  $\dim(\text{Im } T) = 2$ .

5) Sia  $A$  una matrice reale simmetrica di ordine  $n > 1$ .

- V F** a) Se  $A$  è definita positiva allora  $a_{ii} > 0$  per ogni  $i = 1, \dots, n$ .  
**V F** b) Se  $a_{ii} > 0$  per ogni  $i = 1, \dots, n$  allora  $A$  è definita positiva.  
**V F** c) Se  $A$  è definita positiva allora  $\det A > 0$ .

6) Sia  $T : V \rightarrow W$  un'applicazione lineare con  $\dim V = 3$ ,  $\dim W = 5$ . Allora:

- V F** a)  $T$  non può essere un isomorfismo.  
**V F** b)  $T$  non può essere iniettiva.  
**V F** c)  $T$  non può essere suriettiva.