07/12/2004 Num. Matr. ....

Sostituire ai parametri a ed b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, *sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti.* **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia data la matrice a coefficienti reali $A = \begin{pmatrix} \gamma & a+1 \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix}$.
   a) Si calcoli il rango di A al variare di $\gamma \in \mathbf{R}$. *(2 punti)*
   b) Si calcoli l'indice di positività di A al variare di $\gamma \in \mathbf{R}$. *(6 punti)*

2) Sia $\mathrm{TA}_2(\mathbf{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici triangolari alte di ordine 2 a coefficienti in $\mathbf{R}$. Sia $F : \mathrm{TA}_2(\mathbf{R}) \to \mathrm{TA}_2(\mathbf{R})$ l'endomorfismo definito da

$$F\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-a & 1 \\ 0 & -b-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}.$$

   a) Si calcoli la matrice $M_{\mathcal{B}}(F)$ associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix})$. *(4 punti)*
   b) Si calcolino gli autovalori di F. *(3 punti)*
   c) Si dica se $M_{\mathcal{B}}(F)$ è diagonalizzabile per similitudine. *(3 punti)*
