

Sostituire ai parametri  $a$  e  $b$  rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571;  $a = 7$ ,  $b = 1$ ). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia data la matrice  $D = \begin{pmatrix} \gamma - a - 1 & 1 & -1 \\ 2 & \gamma + b & 2 \\ \gamma - a & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) Si calcoli per quali valori di  $\gamma \in \mathbf{R}$  la matrice  $D$  è invertibile. (4 punti)  
 b) Sia  $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'endomorfismo che ha  $D$  come matrice associata rispetto alla base  $\mathcal{B} = ((1, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 2))$  di  $\mathbf{R}^3$ . Si calcoli, al variare di  $\gamma \in \mathbf{R}$ , la dimensione di nucleo e immagine di  $F$ . (4 punti)  
 c) Dato  $v = (1, 1, 4)$ , si calcoli  $F(v)$ . (4 punti)

- 2) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 3 + 3b & 1 & 1 \\ 1 & a + 2 & 0 \\ 1 & 0 & a + 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 2 - \gamma & 0 \\ 0 & 0 & (\gamma - 1)^2 \end{pmatrix}.$$

Si calcoli per quali valori di  $\gamma \in \mathbf{R}$  le matrici  $A$  e  $B$  sono congruenti. (6 punti)

---