

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$T(x, y, z) = ((\gamma + b)x - y + z, 2y + z, (\gamma + b)x + y + (12 - a)z).$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\gamma \in \mathbf{R}$ l'endomorfismo T è invertibile. (2 punti)
- b) Fissato $\gamma = -b$, si trovi una rappresentazione cartesiana per $\text{Im } T$. (4 punti)
- c) Fissato $\gamma = -b$, si calcolino gli autovalori di T e si dica se T è diagonalizzabile per similitudine. (4 punti)

2) In \mathbf{R}^4 , dotato del prodotto scalare standard, si consideri il sottospazio vettoriale W di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + 3y + z + u = 0 \\ (1 + a)y + z + u = 0 \\ 2z - (b + 1)u = 0 \end{cases} .$$

- a) Si trovi un sistema di generatori per W ed uno per W^\perp . (4 punti)
 - b) Si calcoli la proiezione ortogonale di $v = (1, 0, 1, 0)$ su W e su W^\perp . (4 punti)
-