07/11/2005 Num. Matr. ....

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 63571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, *sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).* **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia dato il sistema lineare nelle incognite reali x, y, z, t: $\begin{cases} x-(b+1)y+z+3t=1 \\ x+(1-b)y+5z+5t=21-2a \\ x-by+3z+4t=11-a \end{cases}$.

a) Si scriva la matrice completa associata al sistema. *(1 punto)*
b) Si porti la matrice completa in forma ridotta a gradini per righe e si dica se il sistema è impossibile, determinato o indeterminato, giustificando la risposta. *(3 punti)*
c) Si trovino le eventuali soluzioni del sistema. *(2 punti)*
d) Si trovi una base dell'insieme delle soluzioni del sistema omogeneo associato. *(2 punti)*

2) In $\mathbf{R}^3$ si considerino i vettori $v_1 = (1, 5, 1)$, $v_2 = (-1, (5-b-\lambda), -1)$ e $v_3 = (2, 11, \lambda + a + 3)$.

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbf{R}$, l'insieme ordinato $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ è una base di $\mathbf{R}^3$. *(3 punti)*
b) Fissato $\lambda = 0$, si calcolino le coordinate di $w = (0, 0, 1)$ rispetto a $\mathcal{B}$. *(5 punti)*
c) Fissato $\lambda = -a - 1$, si calcoli la dimensione e una base per $L(v_1, v_2, v_3)$. *(2 punti)*
