

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

1) Si dica quali fra le seguenti strutture sono gruppi.

- A) (\mathbf{Z}, \cdot)
- B) $(\mathbf{R}_{\leq 3}[t], +)$
- C) $(\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid \det(A) \neq 0\}, \cdot)$
- D) $(\mathcal{M}_4(\mathbf{R}), \cdot)$

2) Quali fra i seguenti sistemi sono equivalenti al sistema lineare $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ g(x, y, z) = b \end{cases} ?$

- A) $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ f(x, y, z) + g(x, y, z) = a + b \end{cases}$
- B) $\begin{cases} f(x, y, z) = 0 \\ g(x, y, z) = 0 \end{cases}$
- C) $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ g(x, y, z) = b \\ 0 = 0 \end{cases}$
- D) $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ 5g(x, y, z) = 5b \end{cases}$

3) Qualunque sistema lineare risolubile é indeterminato se

- A) ha meno equazioni che incognite.
- B) Ha meno incognite che equazioni.
- C) Il rango della sua matrice incompleta è uguale al numero di incognite.
- D) I ranghi delle matrici incompleta e completa sono uguali.

4) Si dica quali fra i seguenti insiemi, con le usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali.

- A) $\{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R}) \mid a_1^1 = 0\}$.
- B) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
- C) $\{p(t) \in \mathbf{R}[t] \mid p(0) = 0\}$.
- D) $\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid \text{tr}(A) = 0\}$.

5) Qual è la dimensione del sottospazio di \mathbf{R}^5 di equazioni parametriche $(x, y, z, u, v) = (\alpha - \beta, \beta - \gamma, 0, \alpha - \gamma, \alpha - 2\beta + \gamma)$

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

- 6) Siano dati i sottospazi vettoriali di \mathbf{R}^4 : $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 \mid y = 0 \text{ e } t = 0\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 \mid z = 0 \text{ e } t = 0\}$. Le dimensioni di $U \cap W$ e di $U + W$ sono rispettivamente
- A) 2 e 3
 - B) 1 e 3
 - C) 1 e 4
 - D) 2 e 4
- 7) Quali delle seguenti sono applicazioni lineari da \mathbf{R}^3 ad \mathbf{R}^2 ?
- A) $(x, y, z) \mapsto (x - y^2, z)$
 - B) $(x, y, z) \mapsto (x - 2y, z + y)$
 - C) $(x, y, z) \mapsto (0, y - \sqrt{2x})$
 - D) $(x, y, z) \mapsto (z, 2z)$
- 8) Sia A una matrice quadrata reale di ordine n .
- A) Se $\det A = 0$ la matrice A è invertibile.
 - B) A è invertibile se e solo se tutti i minori di ordine $n - 1$ hanno determinante diverso da zero.
 - C) Se A non è invertibile allora anche ${}^t A$ non è invertibile.
 - D) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
- 9) Sia B una base per uno spazio vettoriale V di dimensione finita.
- A) B può avere infiniti elementi.
 - B) Preso un vettore $v \in V$ appartenente a B , $V' = B - \{v\}$ è ancora una base di V .
 - C) Preso un vettore $v \in V$ non appartenente a B , $V' = B \cup \{v\}$ è ancora una base di V .
 - D) B è linearmente indipendente.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

1) Si dica quali fra le seguenti strutture sono gruppi.

- A) $(\mathbf{Z}, +)$
- B) $(\mathbf{R}_{\leq 3}[t], \cdot)$
- C) $(\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid \det A = 0\}, \cdot)$
- D) $(\mathcal{M}_4(\mathbf{R}), +)$

2) Quali fra i seguenti sistemi sono equivalenti al sistema lineare $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ g(x, y, z) = b \end{cases} ?$

- A) $\begin{cases} f(x, y, z) = b \\ g(x, y, z) = c \end{cases} .$
- B) $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ g(x, y, z) = b \\ 0 = 1 \end{cases} .$
- C) $\begin{cases} f(x, y, z) = a \\ 0 = 0 \end{cases} .$
- D) $\begin{cases} -f(x, y, z) = -a \\ g(x, y, z) = b \end{cases} .$

3) Qualunque sistema lineare ammette almeno una soluzione se e solo se

- A) ha meno equazioni che incognite.
- B) Ha meno incognite che equazioni.
- C) Il rango della sua matrice incompleta è uguale al numero di incognite.
- D) I ranghi delle matrici incompleta e completa sono uguali.

4) Si dica quali fra i seguenti insiemi, con le usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali.

- A) $\{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R}) \mid a_n^n = 3\}$.
- B) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y = 0\}$.
- C) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + y = 1\}$.
- D) $\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A \text{ è diagonale}\}$.

5) Qual è la dimensione del sottospazio di \mathbf{R}^5 di equazioni parametriche $(x, y, z, u, v) = (\alpha - \beta, \beta - \gamma, 0, \alpha - \gamma, \alpha - 2\beta - \gamma)$

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

- 6) Siano dati i sottospazi vettoriali di \mathbf{R}^4 : $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 \mid y = 0\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 \mid z = 0\}$. Le dimensioni di $U \cap W$ e di $U + W$ sono rispettivamente
- A) 2 e 3
 - B) 1 e 3
 - C) 1 e 4
 - D) 2 e 4
- 7) Quali delle seguenti sono applicazioni lineari da \mathbf{R}^3 ad \mathbf{R}^2 ?
- A) $(x, y, z) \mapsto (x - 2y + z, 0)$
 - B) $(x, y, z) \mapsto (x - 2y + z, 1)$
 - C) $(x, y, z) \mapsto (0, 0)$
 - D) $(x, y, z) \mapsto (x, 2 + x)$
- 8) Sia A una matrice quadrata reale di ordine n .
- A) Se $\det A = 1$ la matrice A è invertibile.
 - B) Se A è invertibile allora $\det A \neq 0$.
 - C) Se A è invertibile allora anche ${}^t A$ è invertibile.
 - D) $\det(A + B) = \det A + \det B$.
- 9) Sia B una base per uno spazio vettoriale V .
- A) Se B ha infiniti elementi allora $\dim V = \infty$.
 - B) Ogni sottoinsieme di B è linearmente indipendente.
 - C) Ogni insieme di generatori di V contiene B .
 - D) Ogni insieme di vettori contenente B genera V .