*Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte.* **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Possono esistere un endomorfismo $T$ di $\mathbf{R}^5$ ed un suo autovalore $\overline{\lambda}$ per cui vale:
   A) la molteplicità algebrica è 5 e quella geometrica è 1.
   B) la molteplicità algebrica è 3 e quella geometrica è 4.
   C) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 6.
   D) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 5.

2) Per una qualsiasi matrice simmetrica $A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ di rango 2 vale:
   A) ogni matrice diagonale simile ad $A$ ha esattamente due elementi $\neq 0$.
   B) non esiste alcuna matrice diagonale simile ad $A$.
   C) ogni matrice simile ad $A$ è diagonale.
   D) $\det A = 0$.

3) Quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbf{R}^2$ generano $\mathbf{R}^2$?
   A) $\{(1,-3),(-2,6),(-1,3)\}$.
   B) $\{(1,-3),(2,6)\}$.
   C) $\{(1,1)\}$.
   D) $\{(0,1),(0,0)\}$.

4) Sia $A \in \mathcal{M}_{5\times 7}(\mathbf{R})$ la matrice di rango 4 che rappresenta canonicamente una trasformazione lineare $T$. Allora 4 colonne linearmenti indipendenti di $A$ costituiscono
   A) una base di $\mathrm{Im}T$.
   B) un insieme di generatori di $\mathrm{Im}T$.
   C) una base di $\mathrm{Ker}T$.
   D) un insieme di generatori di $\mathrm{Ker}T$.

5) Si dica qual è la dimensione del sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^5$ di equazioni $\begin{cases} x_1 = \alpha + \beta \\ x_2 = \gamma + \delta \\ x_3 = \alpha + \beta + \gamma + \delta \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 0. \end{cases}$
   A) 1.
   B) 2.
   C) 3.
   D) 4.

6) In uno spazio euclideo di dimensione 5, dati un punto $P$ ed un sottospazio $\mathcal{E}'$ di dimensione 3, esiste ed è unico il sottospazio $\mathcal{E}''$ contenente $P$, ortogonale ad $\mathcal{E}'$, di dimensione

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.

7) Il sistema (a coefficienti reali, in $x, y, z$) $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -x - y + z = -1 \end{cases}$

A) non ammette soluzioni.
B) ammette esattamente una soluzione.
C) ammette infinite soluzioni dipendenti da un parametro.
D) ammette infinite soluzioni dipendenti da due parametri.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_5(\mathbf{R})$ una matrice tale che esiste $v \in \mathbf{R}^5$ non nullo per cui $Av = 3v$. Allora

A) 3 è un autovalore per $A$ di molteplicità algebrica almeno 1.
B) $A$ è diagonalizzabile per similitudine.
C) 3 è un autovalore per $A$ di molteplicità geometrica almeno 1.
D) $A$ ammette infiniti autovettori.

9) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano, le equazioni $\begin{cases} x + z = 1 \\ x - z = 3 \end{cases}$ rappresentano

A) una retta ortogonale al piano $xz$.
B) l'insieme vuoto.
C) una retta parallela al piano $xz$.
D) tutto lo spazio.

*Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte.* **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Possono esistere un endomorfismo $T$ di $\mathbf{R}^5$ ed un suo autovalore $\overline{\lambda}$ per cui vale:
A) la molteplicità algebrica è 5 e quella geometrica è 0.
B) la molteplicità algebrica è 4 e quella geometrica è 3.
C) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 6.
D) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 5.

2) Per una qualsiasi matrice simmetrica $A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ di rango 2 vale:
A) ogni matrice diagonale simile ad $A$ ha esattamente due elementi $\neq 0$.
B) non esiste alcuna matrice diagonale simile ad $A$.
C) ogni matrice simile ad $A$ ha rango 2.
D) $\det A \neq 0$.

3) Quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbf{R}^2$ generano $\mathbf{R}^2$?
A) $\{(1,0),(0,1),(1,1)\}$.
B) $\{(1,3),(2,6)\}$.
C) $\{(0,0)\}$.
D) $\{(0,1),(1,1)\}$.

4) Sia $A \in \mathcal{M}_{5\times 7}(\mathbf{R})$ la matrice che rappresenta canonicamente una trasformazione lineare $T$. Allora l'insieme delle colonne di $A$ costituisce
A) una base di $\mathrm{Im}T$.
B) un insieme di generatori di $\mathrm{Im}T$.
C) una base di $\mathrm{Ker}T$.
D) un insieme di generatori di $\mathrm{Ker}T$.

5) Si dica qual è la dimensione del sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^5$ di equazioni $\begin{cases} x_1 = \alpha + \delta \\ x_2 = \beta + \delta \\ x_3 = \gamma + \delta \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 0. \end{cases}$
A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.

6) In uno spazio euclideo di dimensione 5, dati un punto $P$ ed un sottospazio $\mathcal{E}'$ di dimensione 2, esiste ed è unico il sottospazio $\mathcal{E}''$ contenente $P$, ortogonale ad $\mathcal{E}'$, di dimensione

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.

7) Il sistema (a coefficienti reali, in $x, y, z$) $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -x - y + z = 1 \end{cases}$

A) non ammette soluzioni.
B) ammette esattamente una soluzione.
C) ammette infinite soluzioni dipendenti da un parametro.
D) ammette infinite soluzioni dipendenti da due parametri.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_5(\mathbf{R})$ una matrice tale che esiste $v \in \mathbf{R}^5$ non nullo per cui $Av = 3v$. Allora

A) 3 è un autovalore per $A$ di molteplicità algebrica 1.
B) 3 è una radice del polinomio caratteristico di $A$.
C) 3 è un autovalore per $A$ di molteplicità geometrica 1.
D) l'applicazione lineare canonicamente rappresentata da $A - 3I_5$ non è iniettiva.

9) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano, le equazioni $\begin{cases} y + z = 1 \\ y - z = 3 \end{cases}$ rappresentano

A) una retta ortogonale al piano $xz$.
B) l'insieme vuoto.
C) una retta parallela al piano $xz$.
D) tutto lo spazio.