Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali fra le seguenti strutture algebriche godono della proprietà commutativa?
   A) $(\mathbf{Z}, -)$.
   B) $(\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid \det A = 1\}, \cdot)$.
   C) $(\mathbf{Q}, \cdot)$.
   D) $(\{1\}, \cdot)$.

2) Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione 6. Sia U un suo sottospazio di dimensione 4. Perché V sia somma diretta di U e di un altro sottospazio W occorre che W abbia dimensione
   A) 1
   B) 2
   C) 6
   D) 0

3) Quali fra i seguenti insiemi, con le consuete operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali su $\mathbf{R}$?
   A) L'insieme delle funzioni $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ tali che $f(0) - f(1) = 0$.
   B) $\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A$ è triangolare alta$\}$.
   C) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.
   D) L'insieme dei vettori applicati in un punto N dello spazio ordinario e contenuti in una fissata semiretta di origine N.

4) Quali delle seguenti applicazioni $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ sono lineari?
   A) $T(a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n) = 1 + a_0 t + a_1 t^2 + \cdots + a_n t^{n+1}$.
   B) $T(a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n) = a_0$.
   C) $T(a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n) = 0$.
   D) $T(a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n) = (a_0)^2 + (a_1)^2 t + \cdots + (a_n)^2 t^n$.

5) Date due matrici qualunque A e B, se si può effettuare la somma $A + B$ allora si può effettuare

   A) il prodotto ${}^tA \cdot {}^t B$.
   B) la somma ${}^tA + {}^t B$.
   C) il prodotto $A \cdot B$.
   D) il prodotto ${}^tB \cdot A$.

6) Sia $A \in \mathcal{M}_6(\mathbf{R})$. Indichiamo con $\mathbf{a}^1, \ldots, \mathbf{a}^6$ le righe di A. Necessariamente $\det B = \det A$ se B
   A) ha come prima riga $10\mathbf{a}^1 + \mathbf{a}^2$ e le altre righe sono uguali a quelle corrispondenti di A.
   B) ha come prima riga $\mathbf{a}^2$, come seconda $\mathbf{a}^1$ e le altre righe sono uguali a quelle corrispondenti di A.
   C) ha come prima riga la somma di tutte le righe di A e le altre righe sono uguali a quelle corrispondenti di A.
   D) ha come righe gli opposti delle righe di A.

7) Siano X e Y due basi diverse di uno stesso spazio vettoriale V. Allora $X \cup Y$ è
   A) una base di V.
   B) un insieme linearmente indipendente.
   C) un insieme linearmente dipendente.
   D) un sistema di generatori di V.

8) In una matrice quadrata A
   A) se le righe sono linearmente dipendenti allora le colonne sono linearmente indipendenti.
   B) se ci sono due righe uguali allora ci sono due colonne uguali.
   C) $\det A = 0$ se e solo se c'è un elemento nullo sulla diagonale principale.
   D) se le righe sono linearmente indipendenti allora le colonne sono linearmente indipendenti.

9) Sia $\mathbf{R}^2[t]$ lo spazio vettoriale dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbf{R}$ di grado minore o uguale a due. Allora il polinomio $5+6t+7t^2$ ha coordinate rispetto alla base ordinata $(1+t^2, t, t^2)$:
   A) $(5, 1, 7)$.
   B) $(5+5t, t, 7t^2)$.
   C) $(5, 6, 2)$.
   D) $(5+5t^2, 6t, 2t^2)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali fra le seguenti strutture algebriche sono dotate di elemento neutro?
   A) $(\mathbf{Z}, \cdot)$
   B) $(\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid \det A = 0\}, \cdot)$
   C) $(\{0\}, +)$
   D) $(\mathbf{Q}, \cdot)$

2) Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione 6. Siano U e W suoi sottospazi entrambi di dimensione 3. Se $U \cap W$ contiene solo il vettore nullo, allora
   A) $U + W = V$.
   B) $U + W \subseteq V$, $U + W \neq V$.
   C) $U = W$.
   D) $V \subseteq U + W$, $V \neq U + W$.

3) Quali fra i seguenti insiemi, con le consuete operazioni di somma e prodotto per scalari, costituiscono spazi vettoriali su $\mathbf{R}$?
   A) L'insieme delle funzioni $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ tali che $f(0) + f(1) = 0$.
   B) $L(\{A \in \mathcal{M}_5(\mathbf{R}) \mid \det A = 1\})$.
   C) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
   D) L'insieme dei vettori applicati in un punto N dello spazio ordinario e che formano un angolo di 60 gradi con una fissata retta r passante per N.

4) Quali delle seguenti applicazioni $T : \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \to \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ sono lineari?
   A) $T(A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
   B) $T(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 \\ c^2 & d^2 \end{pmatrix}$.
   C) $T(A) = \begin{pmatrix} trA & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
   D) $T(A) = A \cdot A$.

5) Date due matrici qualunque A e B, se si può effettuare il prodotto riga per colonna $A \cdot B$ (cioè se la coppia (A, B) è conformabile) allora si può effettuare
   A) il prodotto ${}^tA \cdot {}^t B$.
   B) la somma $A + B$.
   C) il prodotto $B \cdot A$.
   D) il prodotto ${}^tB \cdot {}^t A$.

6) Sia $A \in \mathcal{M}_5(\mathbf{R})$. Indichiamo con $\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^5$ le righe di A. Sia B la matrice tale che: la prima riga di B è uguale a $\mathbf{a}^1 - \mathbf{a}^2$, la seconda riga di B è uguale a $\mathbf{a}^1 + \mathbf{a}^2$, e le rimanenti righe di B sono uguali alle corrispondenti righe di A. Allora $\det B$ è uguale a
   A) 0
   B) $\det A$.
   C) $2 \det A$.
   D) $-\det A$.

7) Siano X e Y due basi diverse di uno stesso spazio vettoriale V. Allora $X \cap Y$ è
   A) una base di V.
   B) un insieme linearmente indipendente.
   C) un insieme linearmente dipendente.
   D) un sistema di generatori di V.

8) In una matrice quadrata A
   A) se le righe sono linearmente dipendenti allora le colonne sono linearmente dipendenti.
   B) se A è triangolare, $\det A = 0$ se e solo se c'è almeno un elemento nullo sulla diagonale principale.
   C) se ci sono due righe uguali allora ci sono due colonne uguali.
   D) se le righe sono linearmente indipendenti allora le colonne sono linearmente dipendenti.

9) In $\mathbf{R}^3$, rispetto alla base ordinata $((1,0,0),(0,-1,0),(0,0,1))$, il vettore $(5,-3,7)$ ha coordinate:

   A) $(-3,5,7)$.
   B) $(3,5,7)$.
   C) $(5,3,7)$.
   D) $(5,-3,7)$.