Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano V e W due spazi vettoriali di dimensione finita e sia $f : V \to W$ un'applicazione lineare. Allora:
   A) se $\dim V < \dim W$, f è iniettiva.
   B) se $\dim V < \dim W$, f non è suriettiva.
   C) se $\dim V = \dim W$, f è iniettiva se e solo se è suriettiva.
   D) se $\dim V = \dim W$, f è sempre o suriettiva o iniettiva.

2) Sia $f : \mathbf{R}_{\leq 2}[t] \to \mathbf{R}^2$ l'applicazione lineare definita da $f(a_0 + a_1 t + a_2 t^2) = (a_0 + a_1, a_2 - a_0)$. Sia inoltre fissata la base $\mathcal{B} = (2, 2t, t - t^2)$ su $\mathbf{R}_{\leq 2}[t]$ e la base canonica $\tilde{\mathcal{B}}$ su $\mathbf{R}^2$. Allora:
   A) la prima colonna di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.
   B) la prima riga di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
   C) la prima colonna di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
   D) la prima riga di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix}$.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e siano $\mathcal{B} = (v_1, \dots, v_n)$ e $\mathcal{C} = (w_1, \dots, w_n)$ due basi ordinate di V. Allora la matrice del cambiamento di base da $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$
   A) ha come seconda colonna le coordinate di v_2 rispetto a $\mathcal{C}$.
   B) ha come seconda colonna le coordinate di w_2 rispetto a $\mathcal{B}$.
   C) può avere rango minore di n.
   D) è la matrice identità se e solo se $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.

4) Le matrici reali $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
   A) sono entrambe simili solo a sè stesse.
   B) hanno gli stessi autovalori.
   C) hanno gli stessi autospazî.
   D) hanno lo stesso polinomio caratteristico.

5) Due matrici quadrate simmetriche e a coefficienti in $\mathbf{R}$ sono congruenti se:
   A) hanno lo stesso polinomio caratteristico.
   B) hanno entrambe determinante diverso da zero e hanno lo stesso indice.
   C) hanno lo stesso rango.
   D) sono entrambe diagonali.

6) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali per $\mathbf{R}^3$ con il prodotto scalare standard?
A) $\{(1,0,-1),(0,1,0),(1,1,1),(1,0,0)\}$.
B) $\{(0,0,1),(-1,0,0),(0,1,0)\}$.
C) $\{(-2/\sqrt{5},0,-1/\sqrt{5}),(0,-1,0),(-1/\sqrt{5},0,2/\sqrt{5})\}$.
D) $\{(1,1,0),(0,0,1),(1,-1,0)\}$.

7) Sia dato in $\mathcal{A}^3(\mathbf{R})$ il sottospazio affine $\mathcal{D}$ di equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1+\alpha-\beta \\ y = -\alpha+\beta \\ z = 2+2\alpha-2\beta \end{cases}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. Allora:
A) $\dim \mathcal{D} = 2$.
B) $\dim \mathcal{D} = 1$.
C) $\mathcal{D}$ ha equazioni cartesiane $\begin{cases} x+y-1=0 \\ -2x+z=0 \end{cases}$.
D) $\mathcal{D}$ ha equazione cartesiana $2x-2y+z=0$.

8) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale, il piano Π di equazione $2x-3z=1$ è
A) ortogonale all'asse x.
B) parallelo all'asse y.
C) ortogonale al piano xz.
D) ortogonale al piano yz.

9) In uno spazio euclideo di dimensione 3 siano date una retta r e un punto P non appartenente ad r. Allora:
A) esiste ed è unica la retta parallela ad r e passante per P.
B) esiste ed è unico il piano parallelo ad r e passante per P.
C) esiste ed è unica la retta ortogonale ad r e passante per P
D) esiste ed è unico il piano ortogonale a r e passante per P.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano V e W due spazi vettoriali di dimensione finita e sia $f : V \to W$ un'applicazione lineare. Allora:
A) se $\dim V > \dim W$, f non è iniettiva.
B) se $\dim V > \dim W$, f è suriettiva.
C) se $\dim V = \dim W$, f è suriettiva se e solo se è iniettiva.
D) se $\dim V = \dim W$, f è un isomorfismo.

2) Sia $f : \mathbf{R}_{\leq 2}[t] \to \mathbf{R}^2$ l'applicazione lineare definita da $f(a_0 + a_1 t + a_2 t^2) = (a_0 + a_1, a_2 - a_0)$. Sia inoltre fissata la base $\mathcal{B} = (1 + t, t + 2t^2, t^2)$ su $\mathbf{R}_{\leq 2}[t]$ e la base canonica $\tilde{\mathcal{B}}$ su $\mathbf{R}^2$. Allora:
A) la prima colonna di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
B) la prima riga di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
C) la prima colonna di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
D) la prima riga di $M_{\mathcal{B},\tilde{\mathcal{B}}}$ è $\begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e siano $\mathcal{B} = (v_1, \ldots, v_n)$ e $\mathcal{C} = (w_1, \ldots, w_n)$ due basi ordinate di V. Allora la matrice del cambiamento di base da $\mathcal{C}$ a $\mathcal{B}$
A) ha come seconda colonna le coordinate di v_2 rispetto a $\mathcal{C}$.
B) ha come seconda colonna le coordinate di w_2 rispetto a $\mathcal{B}$.
C) può avere determinante uguale a zero.
D) è la matrice identità se e solo se $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.

4) Le matrici reali $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
A) sono simili.
B) hanno gli stessi autovalori.
C) hanno gli stessi autospazî.
D) hanno lo stesso polinomio caratteristico.

5) Due matrici quadrate simmetriche e a coefficienti in $\mathbf{R}$ sono congruenti se:
A) sono matrici associate ad una stessa forma bilineare rispetto a basi diverse.
B) sono entrambe definite positive.
C) hanno lo stesso indice.
D) hannno la stessa traccia.

6) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali per $\mathbf{R}^3$ con il prodotto scalare standard?
   A) $\{(1,0,-1),(0,0,0),(1,1,1)\}$.
   B) $\{(1/\sqrt{2},1/\sqrt{2},0),(1/\sqrt{2},-1/\sqrt{2},0),(0,0,-1)\}$.
   C) $\{(0,1,1),(2,0,0),(0,-1,1)\}$.
   D) $\{(0,1,0),(-1,0,0),(0,0,-1)\}$.

7) Sia dato in $\mathcal{A}^3(\mathbf{R})$ il sottospazio affine $\mathcal{D}$ di equazioni cartesiane $\begin{cases} x+2y-z-1=0 \\ -3x-6y+3z+3=0 \end{cases}$.
   Allora:
   A) $\dim \mathcal{D} = 2$.
   B) $\dim \mathcal{D} = 1$.
   C) $\mathcal{D}$ ha equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1-2\alpha+\beta \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{cases}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.
   D) $\mathcal{D}$ ha equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1-2\alpha \\ y = \alpha \\ z = -3+2\alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbf{R}$.

8) In uno spazio euclideo di dimensione tre, rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale, il piano Π di equazione $2x-3=0$ è
   A) ortogonale all'asse x.
   B) ortogonale all'asse y.
   C) ortogonale al piano xz.
   D) ortogonale al piano yz.

9) In uno spazio euclideo di dimensione 3 siano date un piano Π e un punto P non appartenente a Π. Allora:
   A) esiste ed è unica la retta parallela a Π e passante per P.
   B) esiste ed è unico il piano parallelo a Π e passante per P.
   C) esiste ed è unica la retta ortogonale a Π e passante per P
   D) esiste ed è unico il piano ortogonale a Π e passante per P.