Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) I seguenti sono sottospazi vettoriali dello spazio vettoriale $M_2(\mathbf{R})$?

V F a) $\{\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbf{R}\}$.

V F b) $\{\begin{pmatrix} a-b & a+b \\ 2a+b & a+3b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R}\}$.

V F c) $\{\begin{pmatrix} a & -a \\ -2a & 6a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbf{R}\}$.

2) Ogni sistema lineare che ammette soluzione

V F a) è omogeneo.

V F b) ha meno equazioni che incognite.

V F c) ha meno incognite che equazioni.

3) Siano V, W due spazi vettoriali su $\mathbf{K}$ e sia $(v_1, \ldots, v_n)$ una base ordinata di V. Per ogni applicazione lineare iniettiva $f : V \to W$

V F a) l'insieme $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ é una base di W.

V F b) l'insieme $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ é linearmente indipendente W.

V F c) l'insieme $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ genera W.

4) Sia $A \in M_n(\mathbf{K})$ una matrice triangolare superiore. Allora

V F a) la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di A è n.

V F b) la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di A è n.

V F c) $\lambda \in \mathbf{K}$ è un autovalore per A se e solo se è un elemento della diagonale principale di A.

5) In uno spazio euclideo tridimensionale, rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale, il sistema $\begin{cases} x = 5 \\ z = 3y \end{cases}$ rappresenta

V F a) un piano parallelo all'asse x.

V F b) una retta ortogonale all'asse x.

V F c) una retta parallela al piano yz.

6) Dato in $\mathbf{R}^2$ il prodotto scalare rappresentato, rispetto alla base canonica, dalla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, il vettore $(1, 0)$ è ortogonale a

V F a) $(-1, 1)$.

V F b) $(1, -2)$.

V F c) $(0, 1)$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) I seguenti sono sottospazi vettoriali dello spazio vettoriale $M_2(\mathbf{R})$?

V **F** a) $\{\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbf{R}\}$.

V **F** b) $\{\begin{pmatrix} a^2 - b^2 & a + b \\ 2a + b & a + 3b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R}\}$.

V **F** c) $\{\begin{pmatrix} a & -a^2 \\ -2a & 6a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbf{R}\}$.

2) Ogni sistema lineare privo di soluzione

V **F** a) non è di Cramer.

V **F** b) ha rango della matrice completa maggiore del rango della matrice incompleta.

V **F** c) se ha matrice dei coefficienti quadrata essa ha determinante uguale a zero.

3) Siano V, W due spazi vettoriali su $\mathbf{K}$ e sia $(v_1, \ldots, v_n)$ una base ordinata di V. Per ogni applicazione lineare suriettiva $f : V \to W$

V **F** a) l'insieme $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ é una base di W.

V **F** b) l'insieme $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ é linearmente indipendente W.

V **F** c) l'insieme $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ genera W.

4) Sia $A \in M_n(\mathbf{R})$. Allora

V **F** a) se A è invertibile $\lambda = 0$ non è un autovalore di A.

V **F** b) il grado del polinomio caratteristico di A può essere minore di n.

V **F** c) se A é simmetrica A é diagonalizzabile.

5) In uno spazio euclideo tridimensionale, rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale, l'equazione $y + 3z - 1 = 0$ rappresenta

V **F** a) un piano parallelo all'asse x.

V **F** b) una retta parallela all'asse x.

V **F** c) una retta parallela al piano yz.

6) Dato in $\mathbf{R}^2$ il prodotto scalare rappresentato, rispetto alla base naturale, dalla matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, il vettore $(1, 0)$ è ortogonale a

V **F** a) $(-1, 1)$.

V **F** b) $(1, -2)$.

V **F** c) $(0, 1)$.