

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Siano A e B due matrici simmetriche di ordine $n > 1$ a coefficienti in \mathbf{R} .

- V F** a) Se A e B sono congruenti allora hanno lo stesso rango.
V F b) Se A e B sono congruenti allora hanno lo stesso rango e lo stesso indice.
V F c) Se A e B hanno lo stesso indice allora sono congruenti.

2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 6 e sia I un sottoinsieme di V .

- V F** a) Se I ha 7 elementi allora genera V .
V F b) Se I ha 7 elementi allora è linearmente dipendente.
V F c) Se I ha 6 elementi allora è una base di V .

3) Il vettore $v = (1, 2, 3) \in \mathbf{R}^3$ ha coordinate rispetto alla base ordinata $((1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1))$ di \mathbf{R}^3 :

- V F** a) $(1, 1, 1)$.
V F b) $(1, 2, 3)$.
V F c) $(0, 0, 0)$.

4) Sia S un sistema lineare con matrice incompleta A e matrice completa C . Allora:

- V F** a) se $\rho(A) = \rho(C)$, il sistema ammette soluzione.
V F b) $\rho(A)$ non può essere maggiore di $\rho(C)$.
V F c) se $\rho(A) = \rho(C)$, il sistema ammette un'unica soluzione.

5) Dire quali delle seguenti trasformazioni di spazi vettoriali reali sono lineari.

- V F** a) $T : \mathbf{R}[x] \rightarrow \mathbf{R}[x], T(p(x)) = xp(x)$.
V F b) $T : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, T(x) = -x + 1$.
V F c) $T : \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}, T(A) = \det(A)$.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 10 e $T : V \rightarrow V$ un endomorfismo.

- V F** a) Se T è suriettivo allora è iniettivo.
V F b) Se $\dim(\ker T) > 0$ allora T non è iniettivo.
V F c) Sicuramente $\dim(\ker T) < 10$.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Siano A e B due matrici simmetriche di ordine $n > 1$ a coefficienti in \mathbf{R} .

- V F** a) Se A e B hanno lo stesso rango allora sono congruenti.
V F b) Se A e B hanno lo stesso rango e lo stesso indice allora sono congruenti.
V F c) Se A e B sono congruenti allora hanno lo stesso indice.

2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 6 e sia I un sottoinsieme di V .

- V F** a) Se I ha 5 elementi allora non genera V .
V F b) Se I ha 5 elementi allora è linearmente indipendente.
V F c) Se I è una base di V allora ha 6 elementi.

3) Il vettore $v = (1, 2, 3) \in \mathbf{R}^3$ ha coordinate rispetto alla base ordinata $((-1, -1, -1), (0, -1, -1), (0, 0, -1))$ di \mathbf{R}^3 :

- V F** a) $(-1, -1, -1)$.
V F b) $(1, 2, 3)$.
V F c) $(-1, -2, -3)$.

4) Sia S un sistema lineare con matrice incompleta A e matrice completa C . Allora:

- V F** a) se $\rho(A) < \rho(C)$, il sistema non ammette soluzione.
V F b) $\rho(A)$ non può essere maggiore di $\rho(C)$.
V F c) se $\rho(A) < \rho(C)$, il sistema è indeterminato.

5) Dire quali delle seguenti trasformazioni di spazi vettoriali reali sono lineari.

- V F** a) $T : \mathbf{R}[x] \rightarrow \mathbf{R}[x], T(p(x)) = x + p(x)$.
V F b) $T : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, T(x) = 2x$.
V F c) $T : \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbf{R}), T(A) = I_3$.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 10 e $T : V \rightarrow V$ un endomorfismo.

- V F** a) Se T è iniettivo allora è suriettivo.
V F b) Se $\dim(\ker T) > 0$ allora T è iniettivo.
V F c) Sicuramente $\dim(\ker T) \leq 10$.