

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Siano  $A$  e  $B$  due matrici quadrate di ordine  $n > 1$  a coefficienti in  $\mathbf{R}$  tali che  $AB = I_n$ . Allora:

- V F** a) sono entrambe invertibili.
- V F** b) hanno lo stesso rango.
- V F** c) hanno lo stesso determinante.

2) Ogni sistema lineare che ammette soluzione

- V F** a) è omogeneo.
- V F** b) ha meno equazioni che incognite.
- V F** c) ha meno incognite che equazioni.

3) Il polinomio  $p(t) = 1 + t^2 \in \mathbf{R}_2[t]$  ha coordinate rispetto alla base ordinata  $(1, 1 + t, 1 + t + t^2)$  di  $\mathbf{R}_2[t]$ :

- V F** a)  $(1, -1, 1)$ .
- V F** b)  $(1, 0, 1)$ .
- V F** c)  $(1, 0, t^2)$ .

4) Sia  $T$  endomorfismo su uno spazio vettoriale reale  $V$  di dimensione finita  $n > 1$ . Allora

- V F** a)  $T$  ammette al più  $n$  autovalori.
- V F** b)  $T$  ammette almeno  $n$  autovalori.
- V F** c)  $T$  ammette al più  $n$  autovettori.

5) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo  $\mathbf{R}$  rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

- V F** a)  $\{0\}$ .
- V F** b) successioni reali non limitate.
- V F** c) polinomi a coefficienti reali di grado 10.

6) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione finita  $n > 0$  e  $T : V \rightarrow V$  un endomorfismo iniettivo. Allora

- V F** a)  $T$  è suriettivo.
- V F** b)  $\dim(\ker T) > 0$ .
- V F** c)  $\dim(\text{Im } T) = n$ .

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Siano  $A$  e  $B$  due matrici quadrate di ordine  $n > 1$  a coefficienti in  $\mathbf{R}$  tali che  $AB = I_n$ . Allora:

- V F** a) commutano fra loro.  
**V F** b) hanno entrambe determinante non nullo.  
**V F** c) hanno la stessa traccia.

2) Ogni sistema lineare privo di soluzione

- V F** a) non è di Cramer.  
**V F** b) ha rango della matrice completa maggiore del rango della matrice incompleta.  
**V F** c) se ha matrice dei coefficienti quadrata essa ha determinante uguale a zero.

3) Il polinomio  $p(t) = t + t^2 \in \mathbf{R}_2[t]$  ha coordinate rispetto alla base ordinata  $(1, 1 + t, 1 + t + t^2)$  di  $\mathbf{R}_2[t]$ :

- V F** a)  $(-1, 0, 1)$ .  
**V F** b)  $(0, 1, 1)$ .  
**V F** c)  $(0, t, t^2)$ .

4) Sia  $T$  endomorfismo su uno spazio vettoriale reale  $V$  di dimensione finita  $n > 1$ . Allora

- V F** a)  $T$  ammette esattamente  $n$  autovalori.  
**V F** b)  $T$  ammette al più  $n$  autovalori.  
**V F** c)  $T$  ammette esattamente  $n$  autovettori.

5) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo  $\mathbf{R}$  rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

- V F** a)  $\emptyset$ .  
**V F** b) successioni reali limitate.  
**V F** c) polinomi a coefficienti reali con termine noto nullo.

6) Sia  $V$  uno spazio vettoriale di dimensione finita  $n > 0$  e  $T : V \rightarrow V$  un endomorfismo suriettivo. Allora

- V F** a)  $T$  è iniettivo.  
**V F** b)  $\dim(\ker T) = 0$ .  
**V F** c)  $\dim(\text{Im } T) < n$ .