

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $A$  una matrice quadrata di ordine  $n > 1$ .

- V F** a) Se  $A$  è ridotta a gradini allora è triangolare alta.  
**V F** b) Se  $A$  è triangolare alta allora è ridotta a gradini.  
**V F** c) Se  $A$  è diagonale allora è ridotta a gradini.

2) Sia  $V$  uno spazio vettoriale e sia  $I$  un sottoinsieme di  $V$  linearmente indipendente contenente 7 elementi. Allora

- V F** a)  $V$  ha dimensione uguale a 7.  
**V F** b)  $V$  ha dimensione maggiore o uguale a 7.  
**V F** c)  $V$  ha dimensione minore o uguale a 7.

3) Sia  $f : V \rightarrow V$  un endomorfismo di  $V$ .

- V F** a) Allora  $f(v+w) = f(v) + f(w)$ , per ogni  $v, w \in V$ .  
**V F** b) Se  $V$  ha dimensione finita e  $f$  è iniettivo, allora  $f$  è suriettivo.  
**V F** c) Se  $f$  è suriettivo allora  $f$  è iniettivo.

4) Sia  $S$  un sistema lineare con matrice incompleta  $A$  e matrice completa  $C$ . Allora:

- V F** a)  $A$  è una sottomatrice di  $C$ .  
**V F** b)  $A$  è un minore di  $C$ .  
**V F** c)  $\rho(C) > \rho(A)$ .

5) Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ . Allora

- V F** a)  $f$  è una forma quadratica definita positiva.  
**V F** b)  $f$  è una forma quadratica semidefinita positiva.  
**V F** c)  $f$  è una forma quadratica di rango due.

6) Sia  $(V, \langle, \rangle)$  uno spazio vettoriale euclideo.

- V F** a) Allora  $\langle v, v \rangle \geq 0$  per ogni  $v \in V$ .  
**V F** b) Se  $v, w \in V$  sono linearmente indipendenti allora  $\langle v, w \rangle = 0$ .  
**V F** c) Se  $V$  ha dimensione finita allora esiste una base ortonormale di  $V$ .

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $(V, \langle, \rangle)$  uno spazio vettoriale euclideo.

- V F** a) Allora  $\langle v, v \rangle > 0$  per ogni  $v \in V$ .  
**V F** b) Se  $v, w \in V$  sono non nulli e  $\langle v, w \rangle = 0$  allora  $v$  e  $w$  sono linearmente indipendenti.  
**V F** c) Se  $V$  ha dimensione finita allora esiste una base ortonormale di  $V$ .

2) Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x, y, z) = x^2 - y^2$ . Allora

- V F** a)  $f$  è una forma quadratica non definita.  
**V F** b)  $f$  è una forma quadratica semidefinita positiva.  
**V F** c)  $f$  è una forma quadratica di rango due.

3) Sia  $S$  un sistema lineare di Cramer con matrice incompleta  $A$  e matrice completa  $C$ . Allora:

- V F** a)  $A$  è una sottomatrice di  $C$ .  
**V F** b)  $A$  è un minore di  $C$ .  
**V F** c)  $\rho(C) > \rho(A)$ .

4) Sia  $f : V \rightarrow V$  un endomorfismo di  $V$ .

- V F** a) Allora  $f(v - w) = f(v) - f(w)$ , per ogni  $v, w \in V$ .  
**V F** b) Se  $V$  ha dimensione finita e  $f$  è suriettivo, allora  $f$  è iniettivo.  
**V F** c) Se  $f$  è iniettivo allora  $f$  è suriettivo.

5) Sia  $V$  uno spazio vettoriale e sia  $I$  un insieme di generatori per  $V$  contenente 7 elementi. Allora

- V F** a)  $V$  ha dimensione uguale a 7.  
**V F** b)  $V$  ha dimensione minore o uguale a 7.  
**V F** c)  $V$  ha dimensione maggiore o uguale a 7.

6) Sia  $A$  una matrice quadrata di ordine  $n > 1$ .

- V F** a) Se  $A$  è ridotta a gradini allora il rango di  $A$  è pari al numero di righe non nulle.  
**V F** b) Se  $A$  è ridotta a gradini allora il determinante di  $A$  è pari al prodotto degli elementi sulla diagonale principale.  
**V F** c) Se  $A$  è ridotta a gradini allora  $A$  è diagonale.