

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Il seguente insieme è uno spazio vettoriale sul campo **R** rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare:

- V F** a) **R**.
- V F** b) matrici quadrate reali di ordine 3 a traccia nulla.
- V F** c) funzioni  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  tali che  $f(0) = 2$ .

2) In uno spazio vettoriale  $V$  di dimensione 7 siano  $U$  e  $W$  suoi sottospazi qualunque, di dimensioni rispettivamente 4 e 2. Allora

- V F** a)  $U \cap W \neq \{O_V\}$ .
- V F** b) se  $W \not\subset U$ , allora  $U + W = V$ .
- V F** c)  $\dim(U + W) = 6 - \dim(U \cap W)$ .

3) Per una qualsiasi matrice simmetrica  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$  di rango 2 vale:

- V F** a) ogni matrice diagonale congruente ad  $A$  ha esattamente due elementi  $\neq 0$ .
- V F** b) non esiste alcuna matrice diagonale congruente ad  $A$ .
- V F** c)  $A$  è congruente alla matrice nulla.

4) Siano  $V$  e  $W$  due spazi vettoriali sullo stesso campo **K** e della stessa dimensione finita  $n$ . Una trasformazione lineare  $T : V \rightarrow W$  è un isomorfismo

- V F** a) sempre.
- V F** b) se e solo se è suriettiva.
- V F** c) se e solo se trasforma una base di  $V$  in una base di  $W$ .

5) Ogni sistema lineare determinato

- V F** a) è omogeneo.
- V F** b) è di Cramer.
- V F** c) ha matrice incompleta quadrata.

6) Sia  $A$  una matrice quadrata di ordine  $n > 1$ . Allora

- V F** a)  $\det(2A) = 2 \det A$ .
- V F** b)  $\det(A^2) = (\det A)^2$ .
- V F** c)  $\det {}^t A = \det A$

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) Sia  $A$  una matrice quadrata di ordine  $n > 1$ . Allora

- V F** a)  $\det(2A) = 2^n \det A$ .  
**V F** b)  $\det(A^2) = 2 \det A$ .  
**V F** c)  $\det({}^tAA) \geq 0$ .

2) Un sistema lineare è determinato se

- V F** a) è di Cramer.  
**V F** b) è omogeneo.  
**V F** c) ha matrice incompleta quadrata.

3) Siano  $V$  e  $W$  due spazi vettoriali sullo stesso campo  $\mathbf{K}$  e della stessa dimensione finita  $n$ . Una trasformazione lineare  $T : V \rightarrow W$  è un isomorfismo

- V F** a) mai.  
**V F** b) se e solo se è iniettiva.  
**V F** c) se e solo se la matrice associata rispetto a due qualunque fissate basi su  $V$  e  $W$  ha determinante diverso da zero.

4) Per una qualsiasi matrice simmetrica  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$  di rango 2 vale:

- V F** a) ogni matrice congruente ad  $A$  ha rango 2.  
**V F** b) ogni matrice congruente ad  $A$  è diagonale.  
**V F** c)  $A$  non è congruente alla matrice identità.

5) In uno spazio vettoriale  $V$  di dimensione 5 siano  $U$  e  $W$  suoi sottospazi qualunque, di dimensioni rispettivamente 4 e 2. Allora

- V F** a) se  $W \not\subset U$ , allora  $U + W = V$ .  
**V F** b)  $U \cap W \neq \{O_V\}$ .  
**V F** c)  $\dim(U + W) = 6 - \dim(U \cap W)$ .

6) Il seguente insieme è uno spazio vettoriale sul campo  $\mathbf{R}$  rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare:

- V F** a)  $\{0\}$ .  
**V F** b) matrici quadrate reali di ordine 3 a traccia non nulla.  
**V F** c) funzioni  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  tali che  $f(2) = 0$ .